

Міністерство освіти і науки України

Національний університет водного господарства та природокористування

Навчально-науковий інститут автоматики, кібернетики та
обчислювальної техніки

Кафедра комп'ютерних технологій та економічної кібернетики

04-05-46М

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання лабораторних робіт з навчальної дисципліни

«Нейро-нечіткі технології в моделюванні економіки»

для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня
за освітньо-професійною програмою «Економічна кібернетика»
спеціальності 051 Економіка денної та заочної форми навчання

Рекомендовано науково-методичною
радою з якості ННІ ЕМ
Протокол № 5 від 27.04.2021 р
Рекомендовано науково-методичною
радою з якості ННІ АКOT
Протокол № 6 від 15.04.2021 р

Рівне – 2021

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з навчальної дисципліни «Нейро-нечіткі технології в моделюванні економіки» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійною програмою «Економічна кібернетика» спеціальності 051 «Економіка» денної та заочної форми навчання / Бабич Т. Ю., Грицюк П. М. – Рівне : НУВГП, 2021. – 51 с.

Укладачі: Бабич Т. Ю., к.е.н., доцент кафедри комп'ютерних технологій та економічної кібернетики;
Грицюк П. М., д.е.н., професор, завідувач кафедри комп'ютерних технологій та економічної кібернетики.

Відповідальний за випуск: Грицюк П. М., д.е.н., професор, завідувач кафедри комп'ютерних технологій та економічної кібернетики.

Керівник групи забезпечення спеціальності: Кардаш О. Л., к.е.н., доцент кафедри комп'ютерних технологій та економічної кібернетики

© Бабич Т. Ю.,
Грицюк П. М., 2021
© НУВГП, 2021

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
Лабораторна робота №1. Операції над нечіткими множинами.....	5
Лабораторна робота №2. Побудова функцій належності у середовищі MATLAB	10
Лабораторна робота №3. Проектування систем нечіткого виведення на основі алгоритму Мамдані	13
Лабораторна робота №4. Проектування систем нечіткого виводу на основі алгоритму Сугено.....	20
Лабораторна робота №5. Проектування систем нечіткого виводу на основі алгоритмів Мамдані та Сугено	25
Лабораторна робота №6. Використання системи нечіткого виводу для розв'язування задач прийняття рішень на основі алгоритму Мамдані	34
Лабораторна робота № 7. Прогнозування за допомогою нечіткого моделювання.....	38
Лабораторна робота №8. Розподіл зон впливу торговельних підприємств	44
Рекомендована література	51

ВСТУП

Нейро-нечіткі технології є тим математичним інструментарієм, який з успіхом може бути застосований для розв'язування практично будь-яких економічних задач. Вони являють собою методологію та математичний апарат, що надає можливість ставити та математично обгрунтовано розв'язувати навіть такі задачі, для яких відсутня повноцінна статистика, або коли серед інформативних факторів є лише якісні показники, забезпечуючи при цьому можливість адаптації економіко-математичних моделей до мінливих умов економіки.

У процесі вивчення дисципліни «Нейро-нечіткі технології в моделюванні економіки» студенти набувають навичок застосування сучасних програмних засобів для розробки нечітких інтелектуальних систем та роботи з нечіткими числами на прикладі актуальних задач з економіки, систем управління тощо. Отримані в процесі вивчення даної дисципліни знання стосовно основних принципів нейро-нечіткого моделювання, категоріального апарату цієї науки, основних класів моделей і методів, принципів їх побудови, оптимізації і коректного застосування мають стати важливою конкурентною перевагою у подальшій професійній діяльності.

В першій частині навчальної дисципліни здобувачі вищої освіти мають змогу ознайомитися з елементами теорії нечіткої логіки та нечітких множин.

Другу частину даного курсу присвячено безпосередньо можливим застосуванням нейро-нечітких технологій в економіці. Матеріал розглянуто з точки зору реалізації завдань засобами Matlab.

Як правило, рекомендації для виконання кожної лабораторної роботи розділені на дві складові: першу частину призначено для демонстрації виконання пропонованих завдань. У більшості випадків наведено необхідні теоретичні відомості. Друга частина містить завдання для виконання студентами самостійно згідно варіантів, що призначаються викладачем відповідно до списку групи.

Під час виконання передбачених даними рекомендаціями завдань студент формує звіт, в якому повинні бути такі елементи:

- номер та назва лабораторної роботи;
- зміст завдання, що виконується;
- результати розрахунків та (або) скріншоти отриманих зображень згідно варіанту.

Лабораторна робота №1. Операції над нечіткими множинами

Теоретичні відомості

Розглянемо належність елемента x деякій множині A . Значення характеристичної функції $\mu_A(x)$ вказує, належить елемент x множині A чи ні:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } x \in A, \\ 0, & \text{якщо } x \notin A. \end{cases}$$

Нехай E — множина та x — елемент E . *Нечіткою підмножиною* A множини E називається множина впорядкованих пар

$$\{(x | \mu_A(x)), \forall x \in E\},$$

де $\mu_A(x)$ - *характеристична функція належності*, що набуває значень на досить впорядкованій множині M та показує *рівень* належності елемента x підмножині A . Множина M називається *множиною належності*.

Якщо $M = \{0, 1\}$, то «нечітка підмножина» A буде розглядатись як «чітка» або «звичайна» множина.

Носієм нечіткої множини A називається чітка підмножина універсальної множини U , елементи якої мають ненульові степені належності:

$$\text{sup } p(A) = \{u : \mu_A(u) > 0\}.$$

Нечітка множина називається **порожньою**, якщо її носій є порожньою множиною.

Ядром нечіткої множини A називається чітка підмножина універсальної множини U , елементи якої мають ступінь належності, рівні одиниці:

$$\text{core}(A) = \{u : \mu_A(u) = 1\}.$$

α -зрізом нечіткої множини A називається чітка підмножина універсальної множини U , елементи якої мають степені належності, більші або рівні α :

$$A_\alpha = \{u : \mu_A(u) \geq \alpha\}.$$

Основні операції з нечіткими множинами подано в табл.1.1.

Операції з нечіткими множинами

Назва операції	Зміст операції
Включення $A \subset B$	$\forall x \in E : \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$
Рівність $A = B$	$\forall x \in E : \mu_A(x) = \mu_B(x)$
Доповнення $A = \bar{B}$ або $\bar{A} = B$	$\forall x \in E : \mu_A(x) = 1 - \mu_B(x)$
Перетин $A \cap B$	$\forall x \in E : \mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$
Об'єднання $A \cup B$	$\forall x \in E : \mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$
Диз'юнктивна сума $A \oplus B$	$A \oplus B = (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$
Різниця $A - B$	$A - B = (A \cap \bar{B})$
Алгебраїчний добуток $A \cdot B$	$\forall x \in E : \mu_{A \cdot B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$
Алгебраїчна сума $A + B$	$\mu_C(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$
Концентрація	$\mu_C(x) = \mu_A^2(x)$
Розмивання	$\mu_C(x) = \sqrt{\mu_A(x)}$

Приклад 1.1. Представити у вигляді нечіткої множини A поняття «чоловік середнього зросту» на універсальній множині $\{155, 160, 165, 170, 175, 180, 185, 190\}$.

$$A = (0 / 155, 0.1 / 160, 0.3 / 165, 0.8 / 170, 1 / 175, 1 / 180, 0.5 / 185, 0 / 190).$$

Приклад 1.2. Знайти носій, ядро та α -зріз (при $\alpha=0,25$) нечіткої множини A з прикладу 1.1.

$$\text{Носій нечіткої множини } \sup p(A) = \{160, 165, 170, 175, 180, 185\};$$

$$\text{Ядро нечіткої множини } \text{core}(A) = \{175, 180\};$$

$$\alpha\text{-зріз нечіткої множини } A_{0.25} = \{165, 170, 175, 180, 185\}.$$

Ілюстрацію отриманого розв'язку подано на рис.1.1.

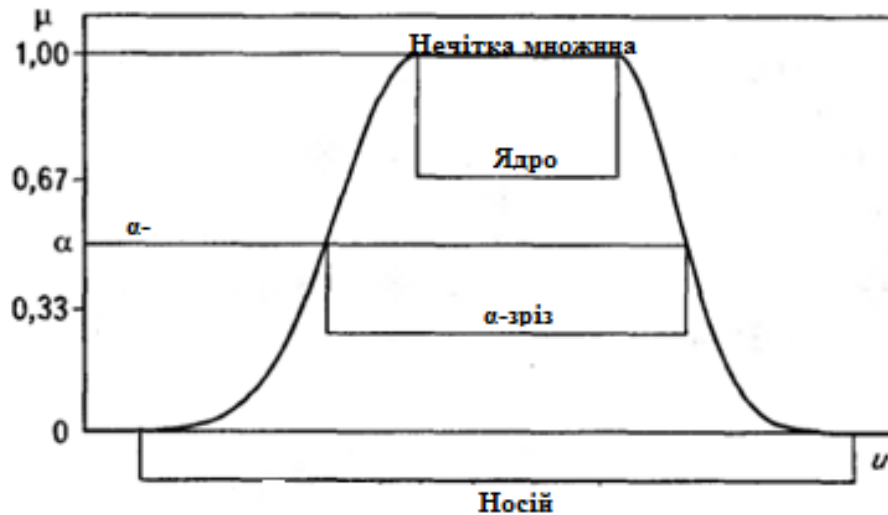


Рис.1.1. Розв'язок до прикладу 1.2

Функції належності

Нехай задано 2 множини: множина термів $L=\{l_1, l_2, \dots, l_m\}$ і універсальна множина $U=\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$.

Нечітка множина \tilde{l} для задання лінгвістичного терму l_j на універсальній множині U представляється у вигляді:

$$\tilde{l}_j = \left(\frac{\mu_{l_j}(u_1)}{u_1}, \frac{\mu_{l_j}(u_2)}{u_2}, \dots, \frac{\mu_{l_j}(u_n)}{u_n} \right), j = \overline{1, m}.$$

Необхідно визначити степені належності елементів множини U до елементів множини L , тобто знайти $\mu_{l_j}(u_i)$ для всіх $j = \overline{1, m}$ та $i = \overline{1, n}$.

Метод побудови функцій належності, що базується на статистичній обробці думок групи експертів, містить два кроки.

Крок 1. Кожен експерт заповнює анкету, в якій вказує свою думку про наявність у елементів $u_i, (i = \overline{1, n})$ властивостей нечіткої множини $l_j, (j = \overline{1, m})$.

Введемо позначення:

K - кількість експертів; $b_{j,i}^k$ - думка k -го експерта про наявність у елемента u_i властивостей нечіткої множини $l_j, k = \overline{1, K}, i = \overline{1, n}, (j = \overline{1, m})$. Вважають експертні оцінки бінарними (0 або 1).

Крок 2. За результатами анкетування розраховуються степені належності:

$$\mu_{l_j}(u_i) = \frac{1}{K} \sum_{k=1, K} b_{j,i}^k, \quad i = \overline{1, n}.$$

Приклад 1.3. Нехай є 5 експертів, що висловлюють думку щодо поняття «чоловік середнього зросту» (на даних з прикладу 1.1). Результати опитування

експертів наведено в табл.1.2. Результати обробки думок експертів зведено в табл.1.3. Функції належності подано на рис.1.2.

Таблиця 1.2

Результати опитування експертів

	Терм	[160, 165)	[165, 170)	[170, 175)	[175, 180)	[180, 185)	[185, 190)	[190, 195)	[195, 200)
Експерт 1	Низький	1	1	1	0	0	0	0	0
	Середній	0	0	1	1	1	0	0	0
	Високий	0	0	0	0	0	1	1	1
Експерт 2	Низький	1	1	1	0	0	0	0	0
	Середній	0	0	1	1	0	0	0	0
	Високий	0	0	0	0	1	1	1	1
Експерт 3	Низький	1	0	0	0	0	0	0	0
	Середній	0	1	1	1	1	1	0	0
	Високий	0	0	0	0	0	1	1	1
Експерт 4	Низький	1	1	1	0	0	0	0	0
	Середній	0	0	0	1	1	1	0	0
	Високий	0	0	0	0	0	0	1	1
Експерт 5	Низький	1	1	0	0	0	0	0	0
	Середній	0	1	1	1	0	0	0	0
	Високий	0	0	0	1	1	1	1	1

Таблиця 1.3

Результати обробки думок експертів

Терм	[160, 165)	[165, 170)	[170, 175)	[175, 180)	[180, 185)	[185, 190)	[190, 195)	[195, 200)
Низький	5	4	3	0	0	0	0	0
	1	0,8	0,6	0	0	0	0	0
Середній	0	2	4	5	3	2	0	0
	0	0,4	0,8	1	0,6	0,4	0	0
Високий	0	0	0	1	2	4	5	5
	0	0	0	0,2	0,4	0,8	1	1

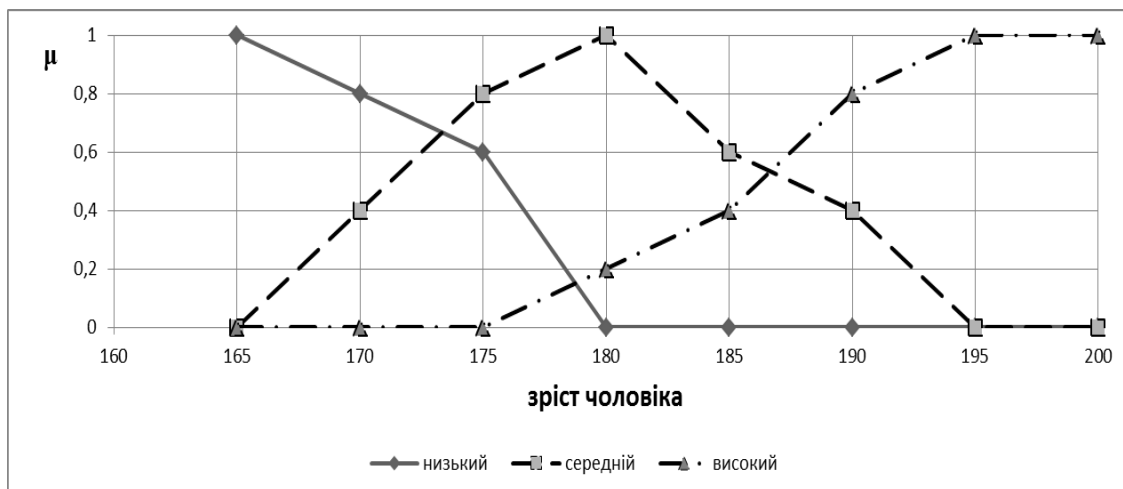


Рис.1.2. Функції належності до прикладу 1.3

Завдання для виконання

1. Функції належності елементів x_i множин A =«натуральні числа, набагато менші за 9» і B =«натуральні числа, трохи більше за 1» на універсальній множині $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ задано таблицею:

$x_i \in U$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\mu_A(x_i)$	1	0,9	0,8	$0,7+0,02*N$	$0,6+0,01*N$	0,5	0,4	0,3	0	0
$\mu_B(x_i)$	0	1	0,9	$0,8+0,02*N$	$0,7-0,01*N$	0,6	0,3	0,2	0,1	0

N – номер варіанту

Знайти результати виконання операцій (заповнити рядки в таблиці):

$x_i \in U$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\mu_A(x_i)$										
$\mu_B(x_i)$										
$A \cap B$										
$A \cup B$										
\overline{A}										
\overline{B}										
$A - B$										
$B - A$										
$A \cdot B$										
$A + B$										
$A \oplus B$										
Концентрація A										
Розмивання A										
Концентрація B										
Розмивання B										

2. Представити у вигляді нечіткої множини A поняття «жінка середнього зросту» на універсальній множині $\{145, 150, 155, 160, 165, 170, 175, 180, 185, 190\}$.

3. Знайти носій, ядро та α -зріз (при $\alpha=0,3$) нечіткої множини A із завдання 2.

4. Розділитися на групи по 5 чоловік (група експертів) та виконати статистичну обробку думок експертів для визначення поняття «жінка середнього зросту». Побудувати функції належності згідно думок експертів, зобразити їх графічно.

Лабораторна робота №2. Побудова функцій належності засобами MATLAB

Теоретичні відомості

Першим етапом нечіткого аналізу вхідної інформації є **фаззифікація** (fuzzification) вхідних змінних. В процесі фаззифікації будується лінгвістичне відображення вхідних факторів – будуються лінгвістичні змінні. Кожна лінгвістична змінна визначається таким набором характеристик

$$\langle \beta, P, X, G, M \rangle.$$

Тут β - назва лінгвістичної змінної, P - множина значень лінгвістичної змінної (терм-множина), X - універсальна множина, G - синтаксичне правило, на основі якого генерується терм-множина значень P , M - семантична процедура, відповідно до якої кожному новому терму, згенерованому на основі правила G , ставиться у відповідність нечітка множина, задана на універсальній множині X . Ступінь відповідності між значеннями впливаючих факторів та термами лінгвістичних змінних описується за допомогою функції належності.

Функція належності – це функція, яка дозволяє обчислити ступінь належності будь-якого елемента до нечіткої множини. Найбільш поширені стандартні функції належності для представлення нечітких чисел: трикутна, трапецієвидна, симетрична гаусівська, узагальнена дзвоноподібна, сигмоїдна тощо.

Завдання. Побудувати функції належності для вхідної змінної «зарплата». Змінна «зарплата» має множину-носій у вигляді відрізка $[0, 10000]$. Дана змінна має нечіткий відповідник у вигляді лінгвістичної змінної Zarplata. Кожна лінгвістична змінна складається з декількох термів. У нашому випадку змінна Zarplata буде складатися з трьох термів («Low», «Medium», «High»), кожен з яких є нечіткою множиною. Наприклад, можна вважати, що зарплата є низькою, якщо вона не перевищує 4 000 гривень; зарплата є середньою, якщо вона знаходиться в інтервалі від 4 000 грн до 5 000 грн; зарплата є високою, якщо вона перевищує 5 000 грн.

Хід виконання. Діалогове введення функцій належності.

1. Запустимо програму MatLab.
2. Командою fuzzy з командного вікна відкриваємо редактор системи нечіткого виведення FIS Editor.
3. Змінюємо ім'я змінної в полі Name поточного вікна (рис.2.1) на Zarplata.
4. Командою Membership Function з меню Edit переходимо до вікна редагування функцій належності лінгвістичних змінних.
5. Вказуємо діапазон зміни для змінної Zarplata у полі Range. У нашому випадку діапазон зміни $[0, 10\ 000]$.
6. Командою Add Mfs з меню Edit задаємо кількість термів для змінної Zarplata - 3.

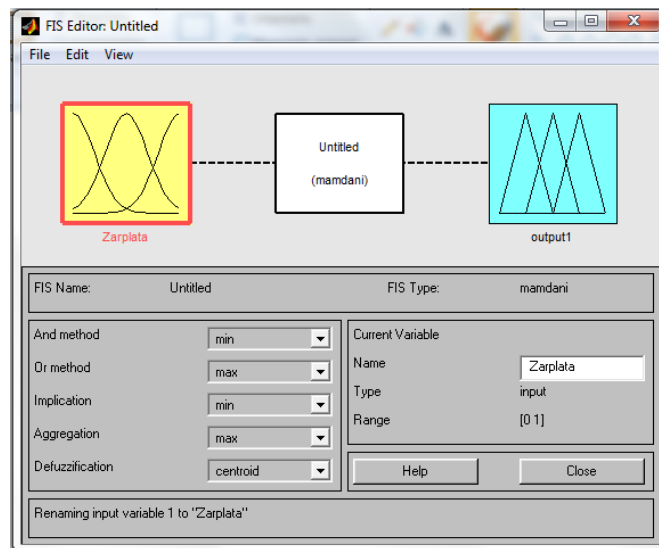


Рис.2.1. Вікно редактора FIS Editor

7. Змінюємо назви термів, використовуючи поле Name Для цього необхідно виділити мишкою кожен з термів mf1, mf2, mf3. Нові назви термів – Low, Medium, High.
8. Використовуючи поле Type для кожного терма вказуємо форму функції належності (trimf – трикутна).
9. Вибравши терм Low, задаємо його параметри, наприклад, так: -5 000, 0, 5 000 (рис. 2.2). Від’ємне значення першого параметра вибране для того, щоб функція належності мала максимум при значенні аргумента Zarplata = 0.

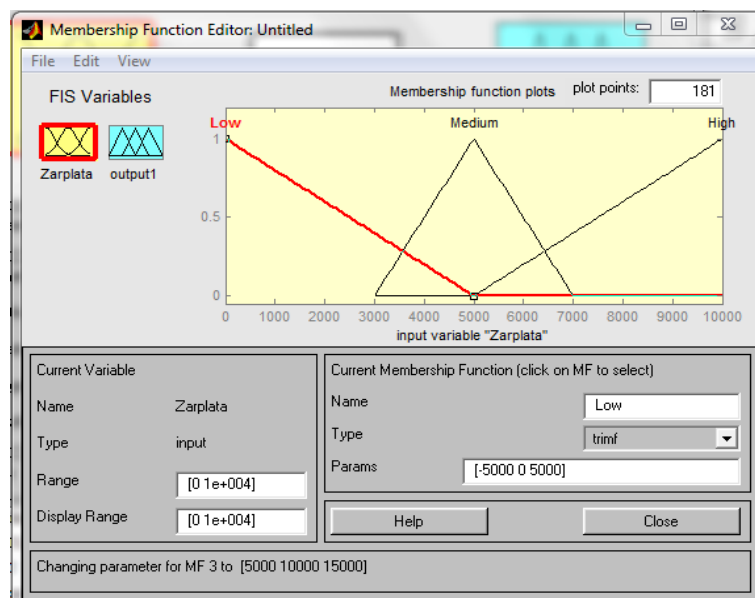


Рис. 2.2. Терми лінгвістичної змінної “Зарплата”

10. Задаємо параметри функції належності для термів Medium та High. Зберігаємо зображення вікна редактора Membership Function Editor у текстовому редакторі Word для наступного формування текстового звіту про роботу.

11. Використовуючи поле Type для кожного терма вказати іншу форму функції належності (trapmf – трапецієвидна).

12. Задати параметри функції належності для термів Low, Medium та High. Зберегти зображення вікна редактора Membership Function Editor у текстовому редакторі Word.

13. Пункти 11 і 12 самостійно виконати з іншими функціями належності:

- Дзвоноподібна – gbellmf;
- Крива Гаусса – gaussmf;
- Сигмоїд – psigmf.

14. Закрити вікно редагування функцій належності.

Програмне введення функцій належності

1. Вводити вхідні змінні можна і програмним чином. Нижче наведено фрагмент програми, який реалізує введення вхідної змінної Zarplata з трьома термами Low, Medium, High та функцією належності гаусівського типу.

```
a=newfis('work');  
a=addvar(a,'input','Zarplata',[0 10000]);  
a=addmf(a,'input',1,'Low','gaussmf',[2000 0]);  
a=addmf(a,'input',1,'Medium','gaussmf',[1000 4000]);  
a=addmf(a,'input',1,'High','gaussmf',[4000 10000]);  
plotmf(a,'input',1);
```

Програму слід набрати у текстовому редакторі і зберегти під іменем gauss_Z.m. Потім викликати цю програму у Matlab – File, Open та виконати – Debug, Run. Графік функції зберегти у текстовому звіті. Результат виконання програми представлений на рис.2.3.

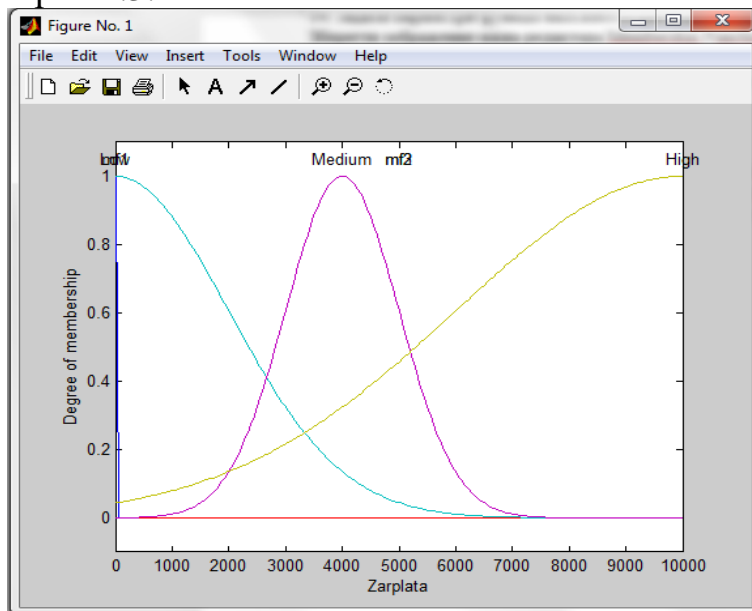


Рис. 2.3. Програмне задання виду функцій належності

Завдання для виконання

1. За аналогією з наведеною вище програмою самостійно написати і реалізувати програми `bell_Z.m` та `sigm_Z.m` для функцій належності: дзвоноподібна та сигмоїдна. Результати зображень функції зберегти у текстовому редакторі.

2. Сформуувати текстовий звіт, який містить всі отримані графіки функцій належності та захистити роботу.

Лабораторна робота №3. Проектування систем нечіткого виведення на основі алгоритму Мамдані

Теоретичні відомості

Знання можна формалізувати у вигляді системи нечітких логічних висловлювань. Побудова **системи нечіткого виводу** (СНВ), що основана на використанні **алгоритму Мамдані**, має наступні етапи:

1. Проектування бази правил СНВ. Кожне правило представляється у вигляді:

Якщо <умова> **тоді** <заключення> [міра вірності правила]

Для алгоритму Мамдані <умова> і <заключення> виглядають як логічні зв'язки наступних записів: **<нечітка змінна> = <значення>**

2. Введення цих правил в СНВ.

3. Використання СНВ для обробки вхідної інформації у вигляді конкретних значень вхідних змінних. Цей етап містить декілька під етапів:

3.1 Введення значень чітких вхідних змінних (деяких фактів, які вважаються істинними на 100%).

3.2 Фазифікація вхідних змінних – встановлення відповідності між кожним значенням вхідної змінної і значенням її терму, за допомогою функції належності.

3.3 Агрегування складних умов, які стоять в правилах після ключового слова **ЯКЩО**, тобто визначення ступеня істинності всіх умов в усіх правилах, якщо умови надаються за допомогою складних логічних виразів. Правило активується, якщо істинність його умови більша за нуль. В базах знань процедура агрегування умов в правилах виконується за допомогою нечітких логічних операцій – нечіткої кон'юнкції, нечіткої діз'юнкції, нечіткої відмови, та ін.

3.4 Активація підвисновків – процес визначення ступеня істинності (належності до відповідних термів) змінних, які стоять у висновках активних правил, за формулою: $c_k = b_k F_k$, де c_k - ступінь істинності висновку правила k , b_k - ступінь істинності його умови, F_k - ваговий коефіцієнт k -правила. Після визначення вектора $C = (c_1, \dots, c_q)$ визначаються функції належності для кожного із підвисновків для кожної вихідної лінгвістичної змінної. Припустимо, що відповідний терм вихідної

лінгвістичної змінної визначається функцією належності $\mu(y)$. Тоді після процедури активації отримуємо оновлену функцію належності відповідного терму (підвисновок) $\mu'(y)$ за одним із методів нечіткої композиції:

- min – активація: $\mu'(y) = \min\{c_i, \mu(y)\}$;
- prod-активація: $\mu'(y) = c_i \mu(y)$;
- average-активація: $\mu'(y) = 0.5(c_i + \mu(y))$.

3.5 Акумуляція висновків, тобто, визначення значення функцій належності для термів всіх вихідних змінних. Якщо для одного терму визначена множина функцій належності $\mu'_1(y), \dots, \mu'_p$, то акумуляція виконується за одним із правил об'єднання нечітких множин:

- об'єднання: $\mu'(y) = \max\{\mu'_1(y), \mu'_2(y)\}$;
- алгебраїчне об'єднання: $\mu'(y) = \mu'_1(y) + \mu'_2(y) - \mu'_1(y)\mu'_2(y)$;
- граничне об'єднання: $\mu'(y) = \max\{\mu'_1(y) + \mu'_2(y) - 1, 0\}$;
- операція λ - суми: $\mu'(y) = \lambda\mu'_1(y) + (1 - \lambda)\mu'_2(y)$, $\lambda \in [0,1]$.
- драстичне об'єднання: $\mu'(y) = \begin{cases} \mu'_1(y), & \text{if } \mu'_2(y) = 0, \\ \mu'_2(y), & \text{if } \mu'_1(y) = 0, \\ 1, & \text{else.} \end{cases}$

3.6 Дефазифікація вихідних змінних (визначення конкретних значень вихідних змінних за функціями належності їх термів). Дефазифікація здійснюється методом центру ваги для неперервних та дискретних нечітких множин за формулами:

$$z = \frac{\int_{y_{\min}}^{y_{\max}} y \mu'(y) dy}{\int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \mu'(y) dy}, \quad z = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \mu'(y_i)}{\sum_{i=1}^n \mu'(y_i)}.$$

Розглянемо принципи побудови та роботи системи нечіткого виводу на прикладі задачі візуалізації поверхні, яка задана функцією.

Приклад 3.1. Проектування та використання системи нечіткого виведення.

За допомогою СНВ зобразити поверхню функції $y = (x_1^2 - 8) \cos(x_2)$ на множині $x_1 \in [0,4]$; $x_2 \in [0,4]$.

Проектування системи нечіткого виводу слід здійснювати на основі графічного зображення заданої функції. Для цього у текстовому редакторі слід набрати наступну програму:

```
% grafika funkcii y = (x1^2-8)*cos(x2)
% v oblasti x1 = [0,4] x2 = [0,4]
```

```

n=15;
x1=0:4/(n-1):4;
x2=0:4/(n-1):4;
y=zeros(n,n);
for j=1:n
y(j,:)=(x1.^2-8)*cos(x2(j));
end
surf(x1,x2,y)
xlabel('x1')
ylabel('x2')
zlabel('y')
title('Target');

```

Програму слід зберегти у вигляді М-файла LR2.m і виконати командою Debug, Run. В результаті виконання цієї програми отримуємо графічне зображення, яке наведено на рис.3.1.

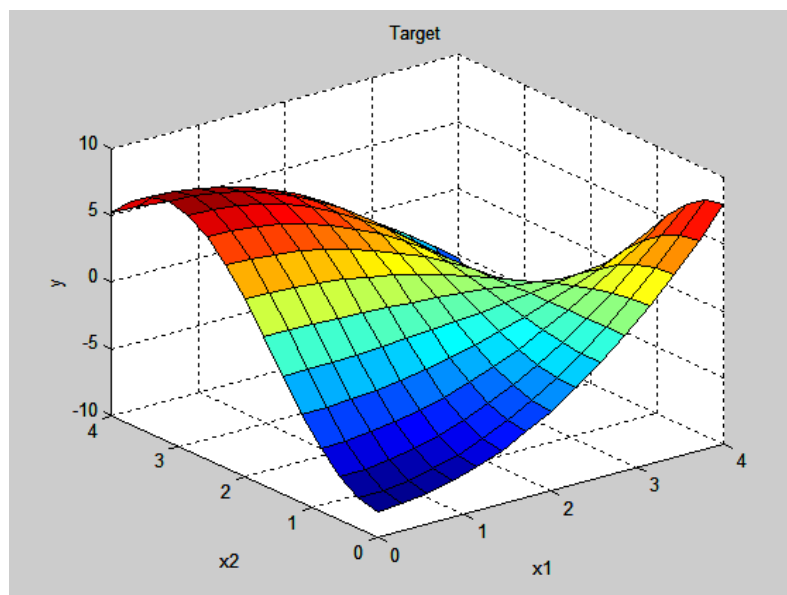


Рис.3.1. Зображення поверхні залежності

Проектування СНВ складається з наступних кроків.

1. Завантажити основний fis-редактор в (редактор нечіткого виводу) введенням в командному рядку слова **fuzzy**. Після чого з'явиться вікно редактору нечіткого виводу.
2. Ввести нову вхідну змінну.
3. Перейменувати першу вхідну змінну (**x1**).
4. Перейменувати другу вхідну змінну (**x2**).
5. Перейменувати вихідну змінну (**y**).
6. Задати ім'я системі. Для цього в меню **File** вибрати в підменю **Export to disk** і ввести ім'я файлу, наприклад, **Mamdani1**.
7. Задати діапазон зміни змінної **x1** (0 4).

8. Задати функції належності змінної x_1 . Для лінгвістичної оцінки цієї змінної будемо використовувати 3 терми з трикутними функціями належності (рис.3.2).

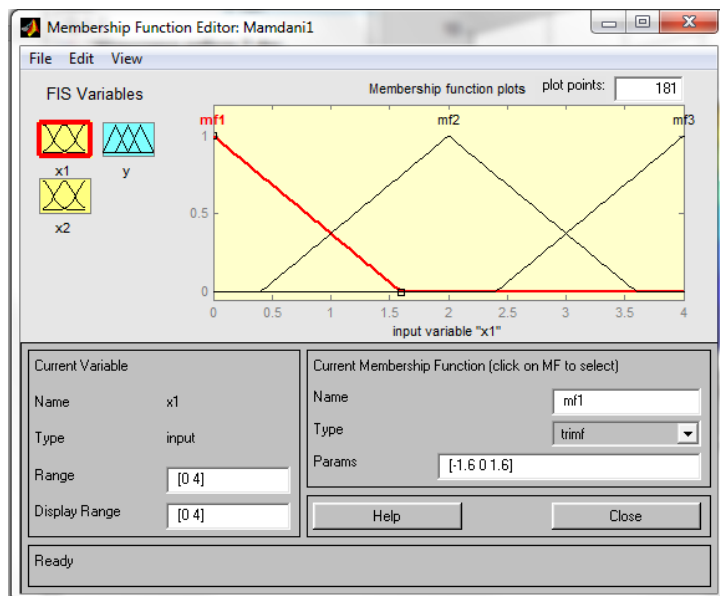


Рис. 3.2. Функція належності змінної x_1 .

9. Задати найменування термів змінної x_1 (**Low (Низький)**, **Aver (Середній)**, **High (Високий)**).

10. Задамо функції належності змінної x_2 . Для лінгвістичної оцінки цієї змінної будемо використовувати 5 термів з гаусівськими функціями належності. Задамо діапазон змін x_2 (0 4).

11. За аналогією з кроком 9 задамо наступні найменування термів змінної x_2 : **L (Низький)**, **LA (Ниже середнього)**, **A (Середній)**, **HA (Вище середнього)**, **H (Високий)**. В результаті отримуємо графічне вікно, яке зображене на рис.3.3.

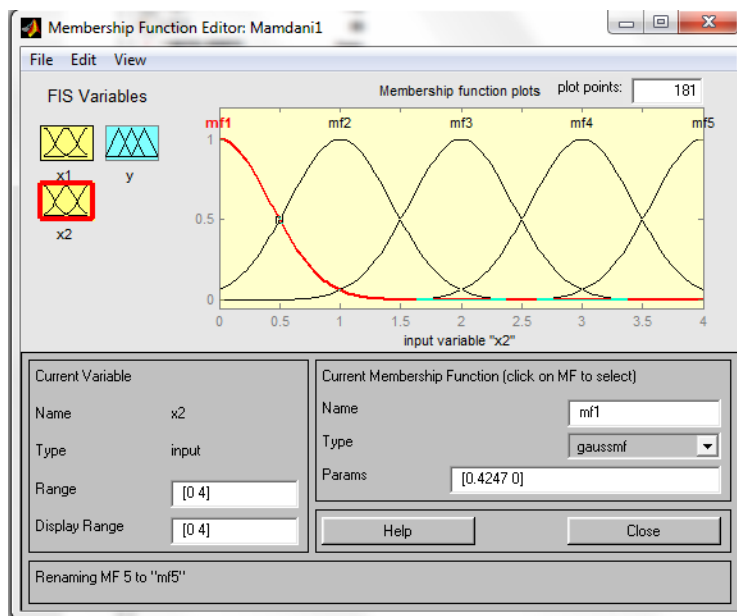


Рис.3.3. Функція належності змінної x_2

12. Задамо функції належності змінної y . Для лінгвістичної оцінки цієї змінної будемо використовувати 5 термів з трикутними функціями належності. Задамо діапазон змін змінної y (-10 10)

13. Задамо найменування термів змінної y : **L** (Низький), **LA** (Нижче середнього) **A** (середній), **HA** (Вище середнього), **H** (Високий) (рис.3.4).

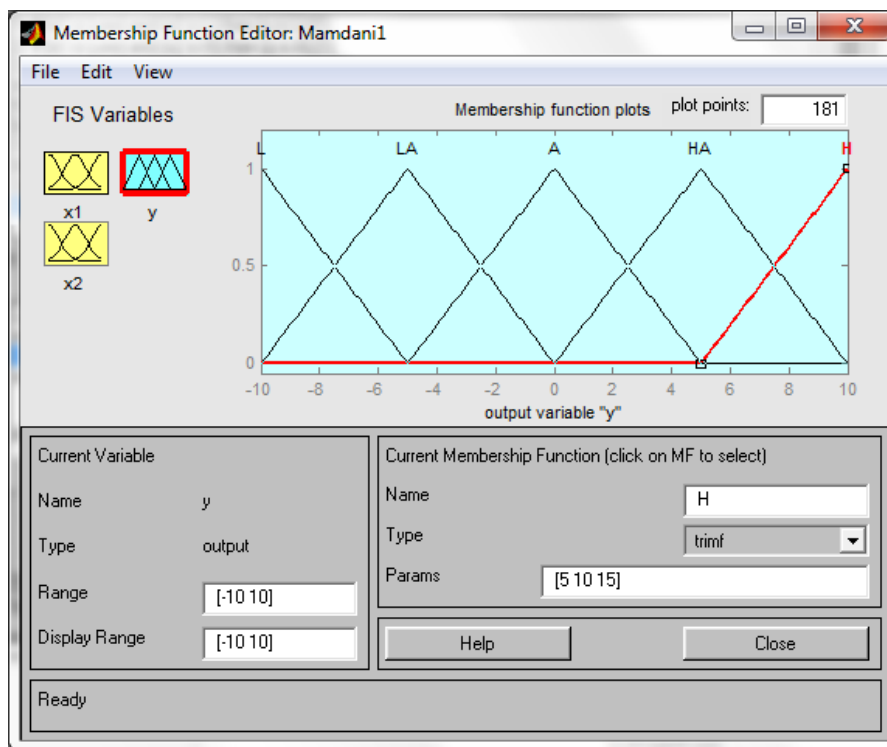


Рис.3.4. Функції належності змінної y

14. Перейдемо в редактор бази знань **RuleEditor**. Для цього оберемо в меню **Edit** команду **Rules**.

15. На основі візуального спостереження за графіком, який зображений на рис. 3.1, сформуємо наступні правила:

1. **Якщо** x_1 =Низький і x_2 =Низький, **тоді** y =Середній;
2. **Якщо** x_1 =Низький і x_2 =Середній, **тоді** y =Середній;
3. **Якщо** x_1 =Низький і x_2 =Високий, **тоді** y =Середній;
4. **Якщо** x_1 =Середній і x_2 =Низький, **тоді** y =Високий;
5. **Якщо** x_1 =Середній і x_2 =Нижче середнього, **тоді** y =Середній;
6. **Якщо** x_1 =Середній і x_2 =Середній, **тоді** y =Низький;
7. **Якщо** x_1 =Середній і x_2 =Вище середнього, **тоді** y =Середній.
8. **Якщо** x_1 =Середній і x_2 =Високий, **тоді** y =Високий;
9. **Якщо** x_1 =Високий і x_2 =Низький, **тоді** y =Середній;
10. **Якщо** x_1 =Високий і x_2 =Середній, **тоді** y =Середній;
11. **Якщо** x_1 =Високий і x_2 =Високий, **тоді** y =Середній.

Для введення правила необхідно обрати в меню відповідну комбінацію термів і натиснути кнопку **Add rule**. На рис.3.5 зображено вікно редактора бази знань після введення усіх 11 правил. Слід зауважити, що у нашому випадку максимальна кількість правил становить 15. Число в дужках в кінці кожного правила представляє собою вагові коефіцієнти відповідного правила. Параметр **Weight** вказує вагу нечіткої впевненості в правилі. Його можна задавати в діапазоні $[0, 1]$. У даному прикладі ми вибрали всі ваги рівними 1.

Збережемо побудовану систему (**Mamdani1**).

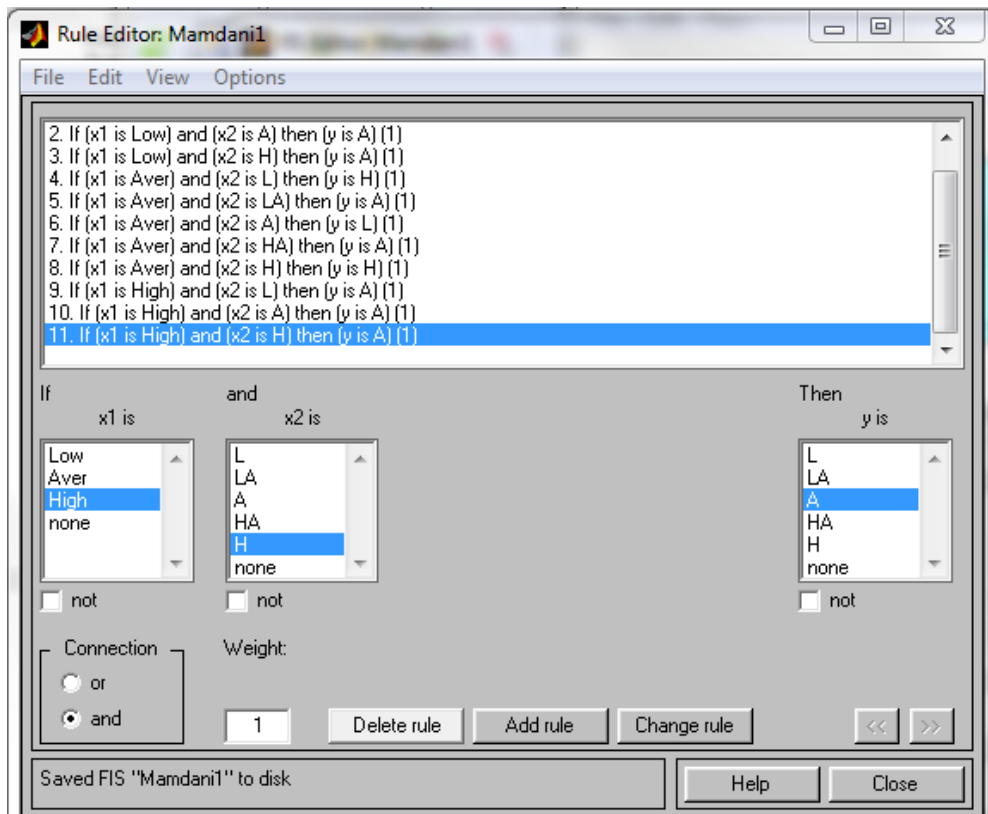


Рис.3.5. Вікно правил

16. Вікно візуалізації результату нечіткого логічного виведення активується командою **View rules** (рис.3.6). В полі **Input** вказуються значення входних змінних, для яких виконується логічне виведення. При цьому згідно з алгоритмом Мамдані вираховується значення вихідної змінної y . При зміні значень входних змінних $x1$ і $x2$ у вікні Input, можна отримати відповідні значення вихідної змінної y .

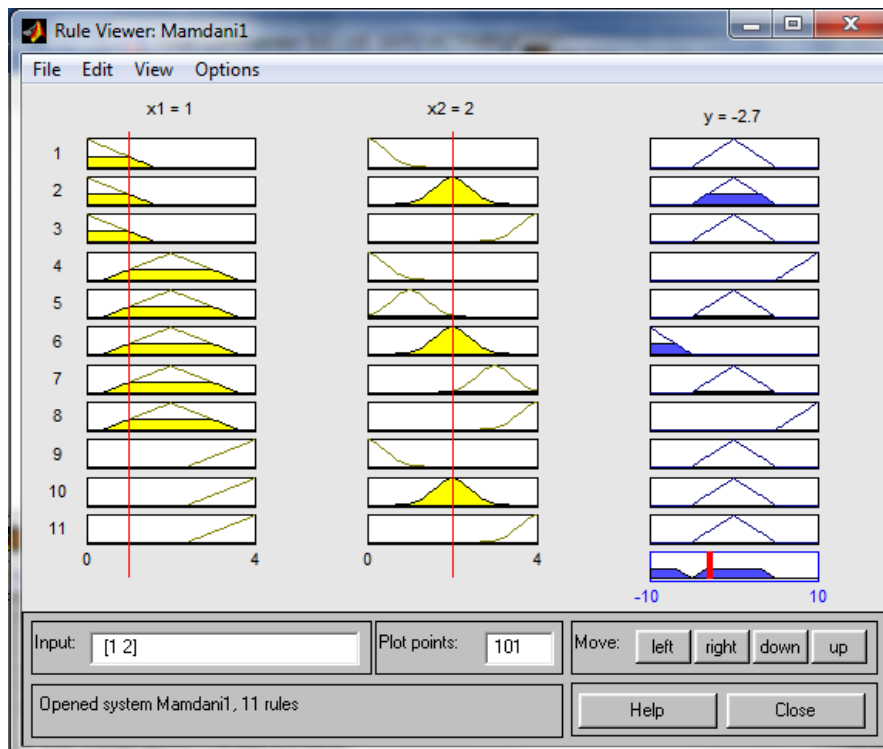


Рис.3.6. Візуалізація нечіткого виведення

17. Для виводу поверхні “входи-вихід”, що відповідає синтезованій системі логічного виводу, необхідно використати команду **View surface** меню **View** (рис.3.7). Порівнюючи поверхні на рис.3.1 і рис.3.7, можна зробити висновок, що нечіткі правила досить добре описують складну нелінійну залежність.

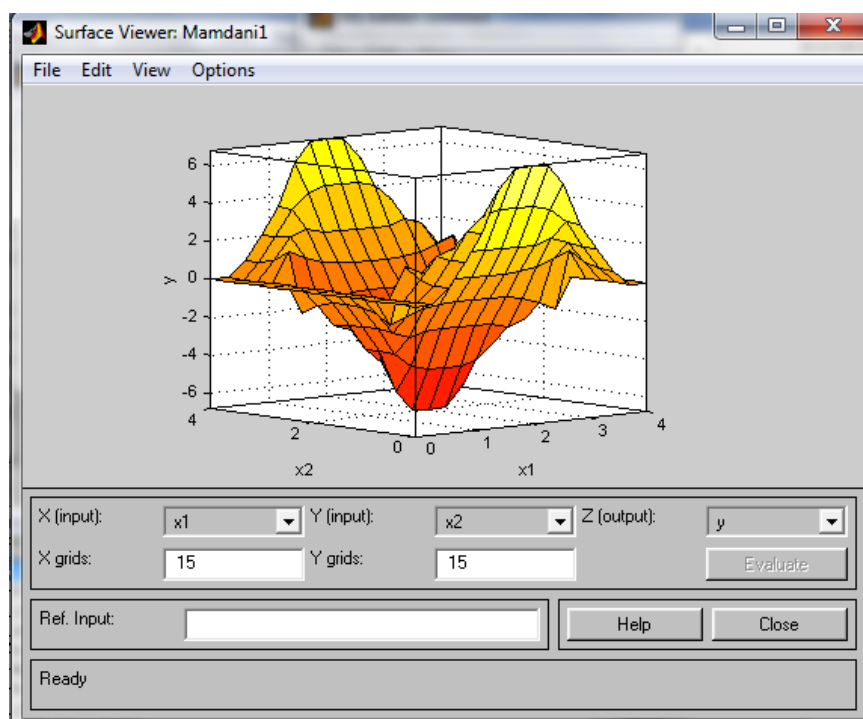


Рис.3.7. Поверхня системи «вхід-вихід».

Завдання для виконання

1. Виконати всі пункти процедури нечіткого виведення, описані вище. Зберегти всі отримані графічні ілюстрації у текстовому файлі-звіті.
2. Створити систему нечіткого виводу, яка моделює залежність, згідно варіанту:

№	Функція	x_1/x_2	Терми/ Функція належності	Кількість правил
1	$y = x_1^2 \sin(x_2 - 1)$	$[-7, 3]$	3, трикутна	8
		$[-4.5, 2]$	4, дзвоноподібна	
2	$y = x_2^2 \sin(x_1 - 1)$	$[-3, 3]$	4, дзвоноподібна	9
		$[-2, 2]$	4, трапецієвидна	
3	$y = x_2^2 \cos(x_1 - 1)$	$[-3, 3]$	5, трапецієвидна	10
		$[-2, 2]$	3, Гаусова	
4	$y = (x_1^2 - 6) \sin(x_2)$	$[0, 4]$	4, трикутна	7
		$[0, 4]$	3, Гаусова	
5	$y = (x_2^2 - 6) \sin(x_1)$	$[0, 4]$	3, дзвоноподібна	8
		$[0, 4]$	4, трапецієвидна	
6	$y = (x_2 + 1)^2 \sin(x_1)$	$[0, 5]$	5, сигмоїдна	10
		$[0, 5]$	4, дзвоноподібна	
7	$y = (x_2 + 1)^2 \cos(x_1)$	$[1, 6]$	4, трапецієвидна	7
		$[0, 4]$	3, Гаусова	
8	$y = x_2^2 \cos(x_1)$	$[0, 4]$	5, дзвоноподібна	8
		$[0, 4]$	4, трикутна	
9	$y = x_1^2 \cos(x_2)$	$[0, 4]$	3, дзвоноподібна	7
		$[0, 4]$	5, трикутна	

Лабораторна робота №4. Проектування систем нечіткого виводу на основі алгоритму Сугено

Теоретичні відомості

Відмінність СНВ алгоритму Сугено полягає у проектуванні вихідних змінних. Формування бази правил систем нечіткого виводу здійснюється за наступним форматом:

Правило <#>: **Якщо** «змінна_1 = значення_А» і «змінна_2 = значення_В» **тоді** «змінна_y = $k_1A + k_2B + k_0$ »

або

Правило <#>: **Якщо** «змінна_1 = значення_А» і «змінна_2 = значення_В» **тоді** «змінна_u=значення_С»

Приклад 4.1. Метод проектування та використання систем за алгоритмом Сугено.

Розглянемо основні етапи проектування систем нечіткого виводу за алгоритмом Сугено на прикладі задачі візуалізації поверхні, яка реалізує залежність $y = (x_1^2 - 8) \cos x_2$ на відрізку $x_1 \in [0,4]$; $x_2 \in [0,4]$ (рис.4.1).

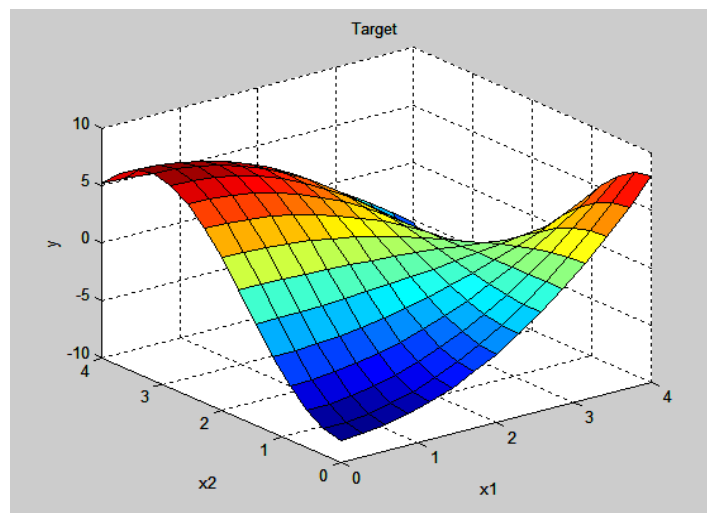


Рис.4.1. Зображення поверхні залежності

Моделювання поверхні $y = (x_1^2 - 8) \cos(x_2)$ на множині $x_1 \in [0,4]$; $x_2 \in [0,4]$ будемо реалізовувати за допомогою наступних правил бази знань:

1. Якщо x_1 та x_2 низькі, тоді $y = -10$
2. Якщо x_1 низьке і x_2 вище середнього, тоді $y = 7$
3. Якщо x_1 низьке, тоді $y = 3,75x_2 - 10$
4. Якщо x_1 та x_2 високі, тоді $y = -10$
5. Якщо x_2 низьке, тоді $y = 4x_1 - 10$
6. Якщо x_1 високе, тоді $y = 15 - 3,75x_2$
7. Якщо x_2 високе, тоді $y = 15 - 3,75x_1$
8. Якщо x_1 низьке і x_2 високе, тоді $y = 7$
9. Якщо x_1 середнє і x_2 середнє, тоді $y = 7$

Проектування системи нечіткого виводу типу Сугено зводиться до виконання наступної послідовності кроків.

Крок 1. Для завантаження основного fis-редактору введемо команду **fuzzy** у командному рядку Matlab.

Крок 2. Оберемо тип системи. Для цього в меню **File** в підменю **New fis...** оберемо команду **Sugeno**.

Крок 3. Додамо другу вхідну змінну.

Крок 4. Перейменуємо першу вхідну змінну (**x1**).

Крок 5. Перейменуємо другу вхідну змінну (**x2**).

Крок 6. Перейменуємо вихідну змінну (y).

Крок 7. Задамо ім'я системи (наприклад, **FirstSugeno**).

Крок 8. Перейдемо в редактор функцій належності.

Крок 9. Задамо діапазон змін змінної x_1 (0 4).

Крок 10. Задамо функції належності змінної x_1 . Для лінгвістичної оцінки цієї змінної будемо використовувати 3 терми з трикутними функціями належності, які встановлені за замовчуванням. Найменування термів змінної x_1 : **L, A, H**.

Крок 11. Аналогічно задамо функції належності змінної x_2 . Для лінгвістичної оцінки цієї змінної будемо використовувати 4 терми з трикутними функціями належності. Задамо діапазон змін x_2 (0 4). Задамо найменування 4 термів (наприклад, **L Низький, A Середній, HA Вище середнього, H Високий**).

Крок 12. Задамо лінійні залежності між входами і виходом, які наведені в базі знань. Для цього активуємо змінну y за допомогою натиснення лівої кнопки на блоці y . В правому верхньому куті можуть з'явитися позначення функцій належності, кожна з яких відповідає одній лінійній залежності між входами і виходом. В базі знань, яка наведена на початку файлу, вказані 6 різних залежностей: $y = -10$; $y = 7$; $y = 3,75x_1 - 10$; $y = 4x_1 - 10$; $y = -3,75x_1 + 15$; $y = -3,75x_2 + 15$. Додамо ще необхідну кількість функцій залежності шляхом обрання команди **Add Mfs...** меню **Edit**.

Крок 13. Задамо найменування і параметри цих залежностей. Для цього робимо одне натиснення лівою кнопкою миші по імені першої залежності **mf1**. Потім друкуємо назву залежності, наприклад **y=-10**, в полі **Name**, і встановлюємо тип залежності – константа шляхом обрання опції **Constant** в меню **Type**. Після цього вводимо значення параметру **-10** в полі **Params**. Аналогічну процедуру робимо для другої змінної **y=7**.

Для третьої функції **mf3** введемо найменування, наприклад, **y=3.75x1-10**. Потім вкажемо лінійний тип залежності шляхом вибору опції **Linear** в меню **Type** і введемо параметри залежності **3.75 0 -10** в полі **Params**. Для лінійної залежності порядок параметрів наступний: перший параметр – коефіцієнт при першій змінній, другий – при другій і т.д., останній параметр – вільний член залежності. Таким ж чином введемо назви і параметри для всіх 6 функцій належності змінної y .

В результаті отримуємо графічне вікно, яке представлено на рис.4.2.

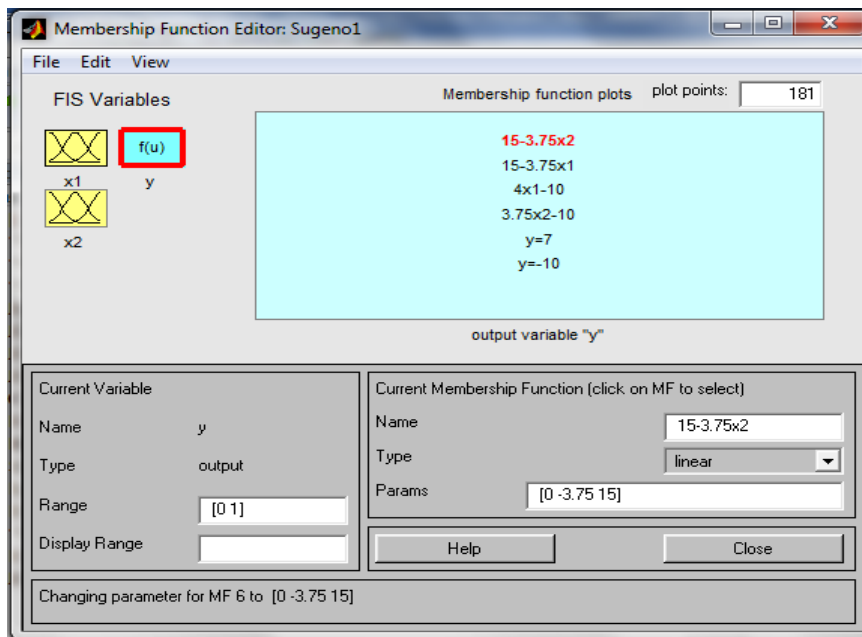


Рис.4.2. Вікно лінійних залежностей «входи-вихід»

Крок 14. Перейдемо в редактор бази знань **RuleEditor**. Для цього оберемо в меню **Edit** команду **Edit rules...** і введемо правила. Для вводу правила необхідно обрати відповідну комбінацію термів і залежностей і натиснути кнопку **Add rule**. Якщо змінна x_1 чи змінна x_2 не включається до правила, для неї слід вибрати значення **None**. На рис.4.3 зображене вікно редактору бази знань після введення усіх 9 правил.

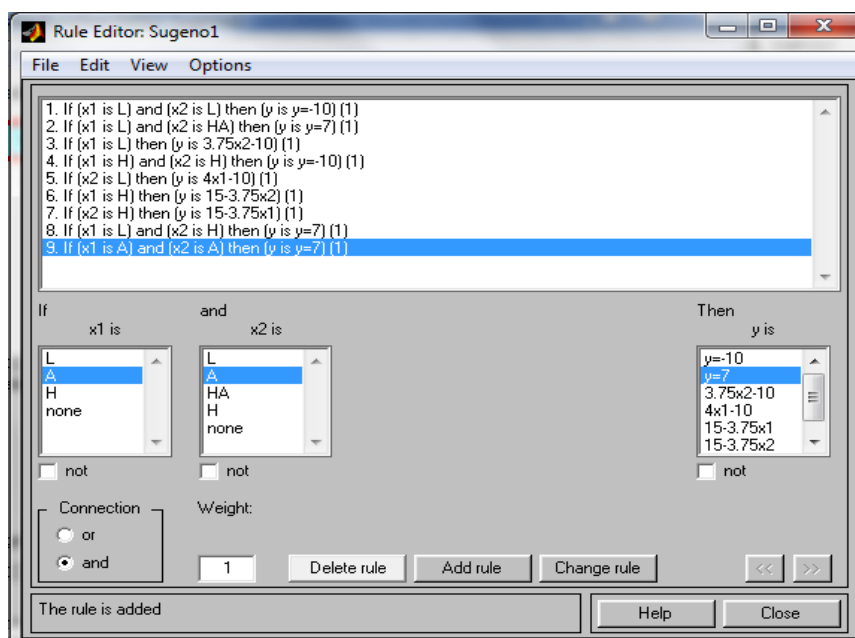


Рис.4.3. Нечітка база правил для системи типу Сугено

На рис. 4.4 наведено вікно візуалізації нечіткого логічного виводу. Це вікно активується командою **View rules...** меню **View**. В полі **Input** вказуються значення вхідних змінних, для яких виконується логічний вивід. Як можна побачити з рисунку, значення вихідної змінної, розраховується як середнє зважене значення результатів виходу за кожним правилом.

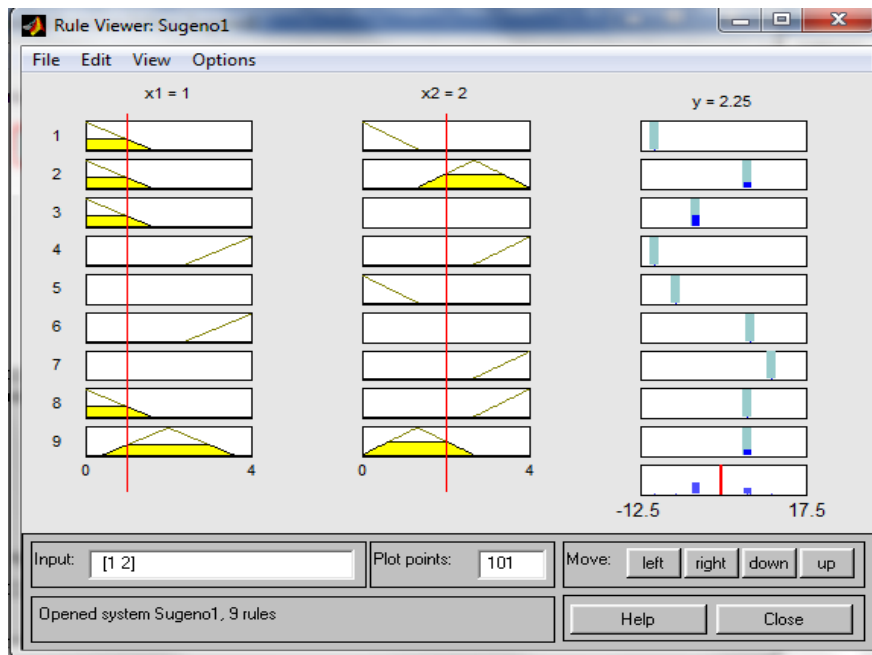


Рис. 4.4. Візуалізація нечіткого логічного виводу для системи типу Сугено

На рис. 4.5 приведена поверхня “входи-вихід”, яка відповідає синтезованій нечіткій системі. Для виведення цього вікна необхідно використати команду **View surface...** меню **View**. Порівнюючи цю поверхню і поверхню на рис. 4.1, можна зробити висновок, що нечіткі правила достатньо добре описують складну лінійну залежність. При цьому, модель типу Сугено є більш точною, ніж модель типу Мамдані. Перевага моделей типу Мамдані полягає у тому, що правила бази знань є прозорі і інтуїтивно зрозумілі, тоді як для моделей типу Сугено не завжди ясно які лінійні залежності «вхід-вихід» необхідно використовувати.

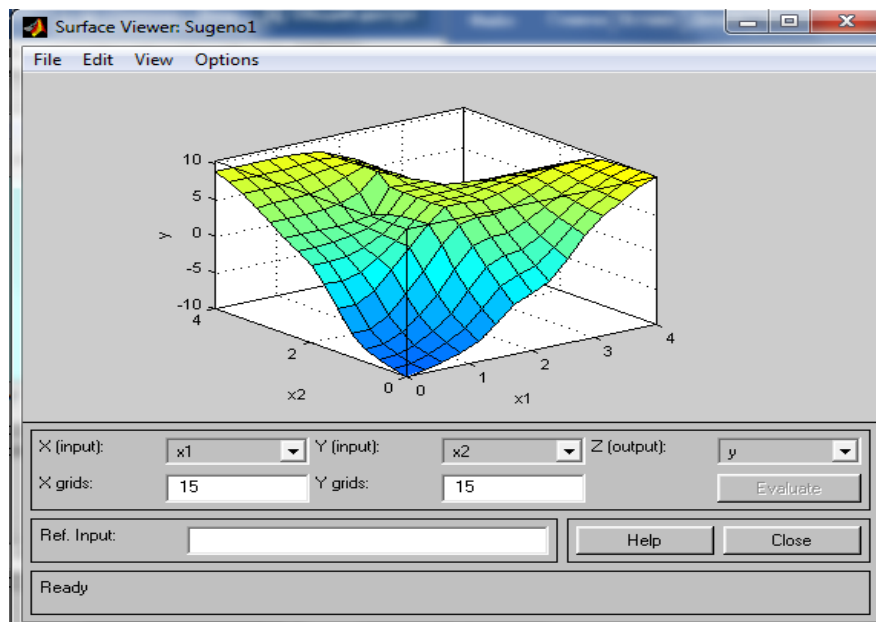


Рис.4.5. Поверхня “вхід-вихід” для системи алгоритму Сугено

Завдання для виконання

1. Створити систему нечіткого виводу Сугено, яка моделює залежність згідно варіанту. Загальна рекомендація – при формуванні правил значення вихідної змінної приймати як константу.

№	Функція	x_1 / x_2	Терми/ Функція належності	Кількість правил
1	$y = x_1^2 \sin(x_2 - 1)$	$[-7, 3]$	3, трикутна	8
		$[-4.5, 2]$	4, дзвоноподібна	
2	$y = \ln(x_1 + 1) \cos(x_2)$	$[1, 5]$	4, дзвоноподібна	9
		$[0, 2]$	4, трапецієвидна	
3	$y = \ln(x_1 + 1) \frac{1}{1 + x_2}$	$[1, 5]$	5, трапецієвидна	7
		$[0, 2]$	3, Гаусова	
4	$y = x_2^2 \sin(x_1 - 1)$	$[-3.5, 2.5]$	4, трикутна	7
		$[-6, 4]$	3, Гаусова	
5	$y = \ln(x_2 + 1) \cos(x_1)$	$[0, 3]$	3, дзвоноподібна	8
		$[1, 6]$	4, трапецієвидна	
6	$y = (x_2 + 1)^2 \sin(x_1)$	$[0, 5]$	5, сигмоїдна	10
		$[0, 5]$	4, дзвоноподібна	
7	$y = x_2^2 \cos(x_1 + 1)$	$[-3.5, 5.5]$	4, трапецієвидна	7
		$[-2, 4]$	3, Гаусова	
8	$y = \lg(x_2 + 1) \cos(x_1)$	$[0, 3]$	5, дзвоноподібна	8
		$[1, 6]$	4, трикутна	
9	$y = \ln(x_2 + 1) \frac{1}{2 + x_1}$	$[1, 5]$	4, дзвоноподібна	7
		$[0, 3]$	3, трикутна	

Лабораторна робота №5. Проектування систем нечіткого виводу на основі алгоритмів Мамдані та Сугено

Приклад 5.1. Задано нелінійну функцію $y = x_1^2 \sin(x_2)$ на області значень аргументів $x_1 \in [-3, 3]; x_2 \in [-6, 1.2]$.

- З використанням заданої програми зобразити поверхню функції $y = x_1^2 \sin(x_2)$ на множині $x_1 \in [-3, 3]; x_2 \in [-6, 1.2]$.

2. Виконати проектування систем нечіткого виводу за алгоритмом Сугено.
3. Виконати проектування систем нечіткого виводу за алгоритмом Мамдані.
4. Порівняти отримані результати.

1. Побудувати зображення поверхні функції $y = x_1^2 \sin(x_2)$ на множині $x_1 \in [-3, 3]$; $x_2 \in [-6, 1.2]$.

Проектування системи нечіткого виводу здійснюється на основі графічного зображення заданої функції. Для цього у текстовому редакторі слід набрати наступну програму:

```
% Pobudova grafika funkicii y=(x1^2)*sin(x2)
% v oblasti x1=[-3,3]; x2=[-6,1.2].
n=25;
x1=-3:0.25:3;
x2=-6:0.3:1.2;
y=zeros(n,n);
for j=1:n
y(j,:)=(x1.^2)*sin(x2(j));
end
surf(x1,x2,y)
xlabel('x1')
ylabel('x2')
zlabel('y')
title('Target');
```

Програму слід зберегти у вигляді М-файла LR5.m і виконати командою Debug, Run. В результаті виконання цієї програми отримуємо графічне зображення, яке наведено на рис.5.1.

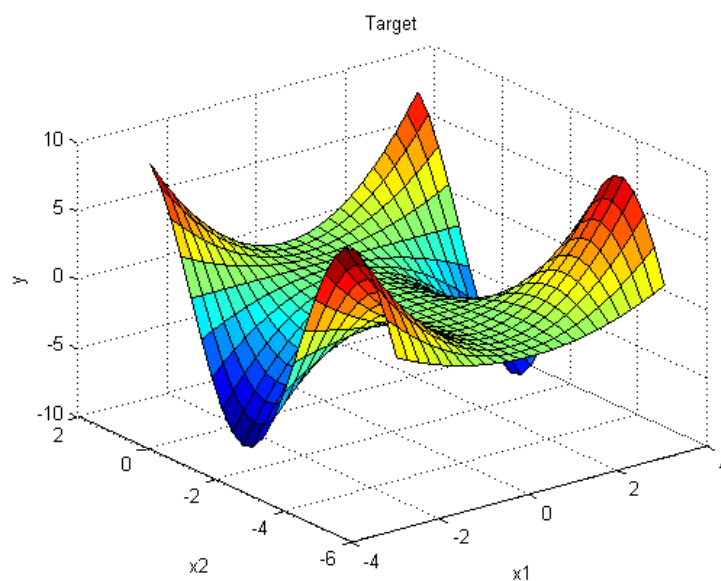


Рис.5.1. Зображення поверхні залежності

2. Виконати проектування систем нечіткого виводу за алгоритмом Сугено.

Проектування системи нечіткого виводу типу Сугено зводиться до виконання наступної послідовності кроків.

Крок 1. Для завантаження основного `fis`-редактору введемо команду **fuzzy** у командному рядку Matlab.

Крок 2. Оберемо тип системи - **Sugeno**.

Крок 3. Додамо другу вхідну змінну.

Крок 4. Перейменуємо першу вхідну змінну (**x1**).

Крок 5. Перейменуємо другу вхідну змінну (**x2**).

Крок 6. Перейменуємо вихідну змінну (**y**).

Крок 7. Задамо ім'я системи (наприклад, **SecondSugeno**).

Крок 8. Перейдемо в редактор функцій належності.

Крок 9. Задамо діапазон змін змінної **x1** (**-3 3**) (рис.5.2).

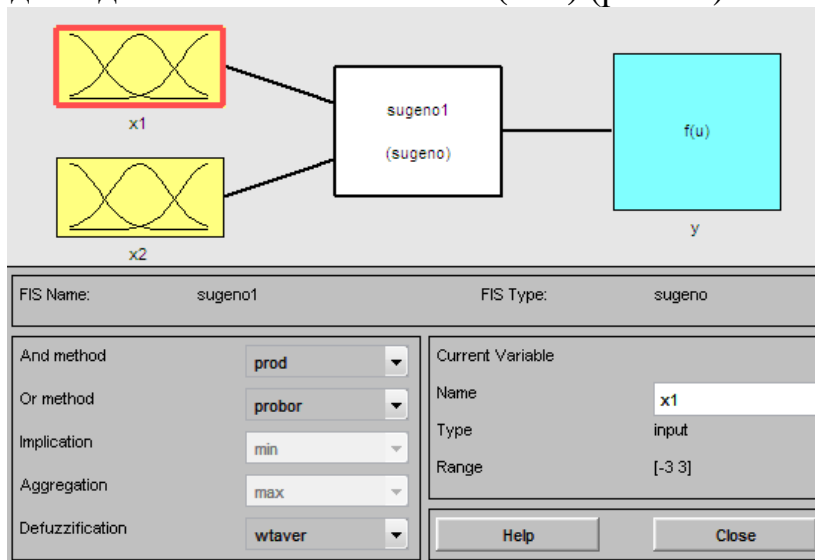


Рис.5.2. Функції належності змінної x_1

Крок 10. Задамо функції належності змінної x_1 . Для лінгвістичної оцінки цієї змінної будемо використовувати 3 терми з трикутними функціями належності, які встановлені за замовчуванням. Задамо найменування термів змінної x_1 : **L, A, H**.

Крок 11. Аналогічно задамо функції належності змінної x_2 . Для лінгвістичної оцінки цієї змінної будемо використовувати 4 терми з трикутними функціями належності. Задамо діапазон змін x_2 (**-6 1.2**). Задамо найменування 4 термів (наприклад, **L Низький, A Середній, HA Вище середнього, H Високий**).

Крок 12. На відміну від попередньої роботи на цьому кроці необхідно самостійно сформулювати базу правил. Будемо це робити у наступній послідовності:

- 1) Відкриваємо середовище Microsoft Excel.
- 2) Згідно заданих умов, а саме $x_1 \in [-3, 3]$; $x_2 \in [-6, 1.2]$ формуємо таблицю із відповідними кроками (0.25 для x_1 та 0.3 для x_2) такого вигляду (рис.5.3):

x2\X1	-3	-2.75	-2.5	-2.25	-2	-1.75	-1.5	-1.25	-1	-0.75	-0.5	-0.25	0	0.25
-6														
-5.7														
-5.4														
-5.1														
-4.8														
-4.5														
-4.2														
-3.9														
-3.6														
-3.3														
-3														
-2.7														
-2.4														
-2.1														
-1.8														
-1.5														
-1.2														
-0.9														
-0.6														
-0.3														
0														
0.3														
0.6														
0.9														
1.2														

Рис.5.3. Частина таблиці для розрахунку значень функції

3) Заповнюємо таблицю значеннями y , які розраховуємо за заданою формулою $y = x_1^2 \sin(x_2)$.

4) Тепер потрібно розділити таблицю на зони відповідно до значень x_1 (L, A, H) та x_2 (L, A, HA, H). Розфарбувати їх різним кольором (рис.5.4).

	x2\X1	-3	-2.75	-2.5	-2.25	-2	-1.75	-1.5	-1.25	-1	-0.75	-0.5	-0.25	0
	-6	2.51	2.11	1.75	1.41	1.12	0.86	0.63	0.44	0.28	0.16	0.07	0.02	0.00
	-5.7	4.96	4.16	3.44	2.79	2.20	1.69	1.24	0.86	0.55	0.31	0.14	0.03	0.00
	-5.4	6.95	5.84	4.83	3.91	3.09	2.37	1.74	1.21	0.77	0.43	0.19	0.05	0.00
L	-5.1	8.33	7.00	5.79	4.69	3.70	2.84	2.08	1.45	0.93	0.52	0.23	0.06	0.00
	-4.8	8.97	7.53	6.23	5.04	3.98	3.05	2.24	1.56	1.00	0.56	0.25	0.06	0.00
	-4.5	8.80	7.39	6.11	4.95	3.91	2.99	2.20	1.53	0.98	0.55	0.24	0.06	0.00
	-4.2	7.84	6.59	5.45	4.41	3.49	2.67	1.96	1.36	0.87	0.49	0.22	0.05	0.00
	-3.9	6.19	5.20	4.30	3.48	2.75	2.11	1.55	1.07	0.69	0.39	0.17	0.04	0.00
	-3.6	3.98	3.35	2.77	2.24	1.77	1.36	1.00	0.69	0.44	0.25	0.11	0.03	0.00
A	-3.3	1.42	1.19	0.99	0.80	0.63	0.48	0.35	0.25	0.16	0.09	0.04	0.01	0.00
	-3	-1.27	-1.07	-0.88	-0.71	-0.56	-0.43	-0.32	-0.22	-0.14	-0.08	-0.04	-0.01	0.00
	-2.7	-3.85	-3.23	-2.67	-2.16	-1.71	-1.31	-0.96	-0.67	-0.43	-0.24	-0.11	-0.03	0.00
	-2.4	-6.08	-5.11	-4.22	-3.42	-2.70	-2.07	-1.52	-1.06	-0.68	-0.38	-0.17	-0.04	0.00
	-2.1	-7.77	-6.53	-5.40	-4.37	-3.45	-2.64	-1.94	-1.35	-0.86	-0.49	-0.22	-0.05	0.00
	-1.8	-8.76	-7.36	-6.09	-4.93	-3.90	-2.98	-2.19	-1.52	-0.97	-0.55	-0.24	-0.06	0.00
HA	-1.5	-8.98	-7.54	-6.23	-5.05	-3.99	-3.05	-2.24	-1.56	-1.00	-0.56	-0.25	-0.06	0.00
	-1.2	-8.39	-7.05	-5.83	-4.72	-3.73	-2.85	-2.10	-1.46	-0.93	-0.52	-0.23	-0.06	0.00
	-0.9	-7.05	-5.92	-4.90	-3.97	-3.13	-2.40	-1.76	-1.22	-0.78	-0.44	-0.20	-0.05	0.00
	-0.6	-5.08	-4.27	-3.53	-2.86	-2.26	-1.73	-1.27	-0.88	-0.56	-0.32	-0.14	-0.04	0.00
	-0.3	-2.66	-2.23	-1.85	-1.50	-1.18	-0.91	-0.66	-0.46	-0.30	-0.17	-0.07	-0.02	0.00
	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
H	0.3	2.66	2.23	1.85	1.50	1.18	0.91	0.66	0.46	0.30	0.17	0.07	0.02	0.00
	0.6	5.08	4.27	3.53	2.86	2.26	1.73	1.27	0.88	0.56	0.32	0.14	0.04	0.00
	0.9	7.05	5.92	4.90	3.97	3.13	2.40	1.76	1.22	0.78	0.44	0.20	0.05	0.00
	1.2	8.39	7.05	5.83	4.72	3.73	2.85	2.10	1.46	0.93	0.52	0.23	0.06	0.00

Рис.5.4. Частина таблиці значень функції

5) Шляхом візуального спостереження за даними в різних зонах таблиці встановлено такі варіанти лінійної залежності y від x_1 ; y від x_2 ; $y = \text{const}$ (табл.5.1).

Таблиця 5.1

Наявність лінійної залежності по зонах

X2\X1	L	A	H
L	x2	0	x2
A	x1		x1
HA	x1		x1
H	x2		x2

б) Далі для кожної зони виводиться лінійна залежність: $y = a_0 + a_1 x_1$ або $y = a_0 + a_2 x_2$.

Наприклад, для моделювання зони **L-L** в якості незалежної змінної x візьмемо змінну x_2 (діапазон від -6 до -4.2 з кроком 0.3); відповідні значення y виберемо з середнього стовпця відповідної зони. Після цього з використанням функції ЛИНЕЙН() побудуємо шукану залежність. Або використати метод побудови лінійного тренду (Діаграма-Точкова-Додати лінію тренда) (рис.5.5).

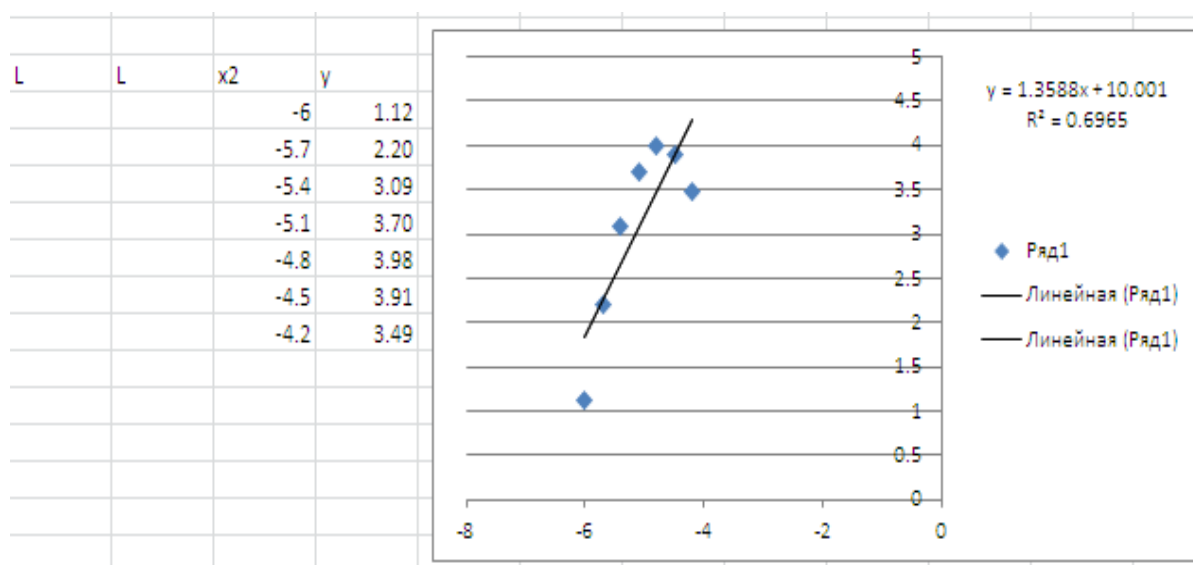


Рис.5.5. Частина таблиці значень функції

Для зони **L-A** (знаходиться *внизу під зоною L-L*) в якості незалежної змінної x візьмемо змінну x_1 (діапазон зміни від -3 до -1 з кроком 0.25); для y потрібно взяти середній рядок з відповідної зони (табл.5.2).

Таблиця 5.2

Дані для побудови лінійного тренда (зона L-A)

x1	x2	x1	y
L	A	-3	1.42
		-2.75	1.19
		-2.5	0.99
		-2.25	0.80
		-2	0.63
		-1.75	0.48
		-1.5	0.35
		-1.25	0.25
		-1	0.16

Аналогічно визначаємо коефіцієнти для лінійної регресії для інших зон та заповнюємо їми відповідну таблицю (табл.5.3).

Таблиця 5.3

Лінійні залежності по зонах

x2\X1	L	A	H
L	$Y=1.3588x_2+10$	0	...
A
HA
H

Крок 13. Повертаємось у *Matlab*. Задамо лінійні залежності між входами і виходом, які наведені в таблиці. Для цього активуємо змінну **y** за допомогою натиснення лівої кнопки на блоці **y**. В правому верхньому куті можуть з'явитися позначення функцій належності, кожна з яких відповідає однієї лінійної залежності між входами і виходом. Необхідну кількість функцій залежності можна додати шляхом обирання команди **Add Mfs...** меню **Edit**.

Для вказування лінійного типу залежності обираємо опції **Linear** в меню **Type** і вводимо параметри залежності в полі **Params**. Для лінійної залежності порядок параметрів наступний: перший параметр – коефіцієнт при першій змінній, другий – при другій і т.д., останній параметр – вільний член залежності.

Крок 14. Перейдемо в редактор бази знань **RuleEditor**. Для цього оберемо в меню **Edit** команду **Edit rules....** і введемо правила.

На рис.5.6 наведено вікно візуалізації нечіткого логічного виводу.

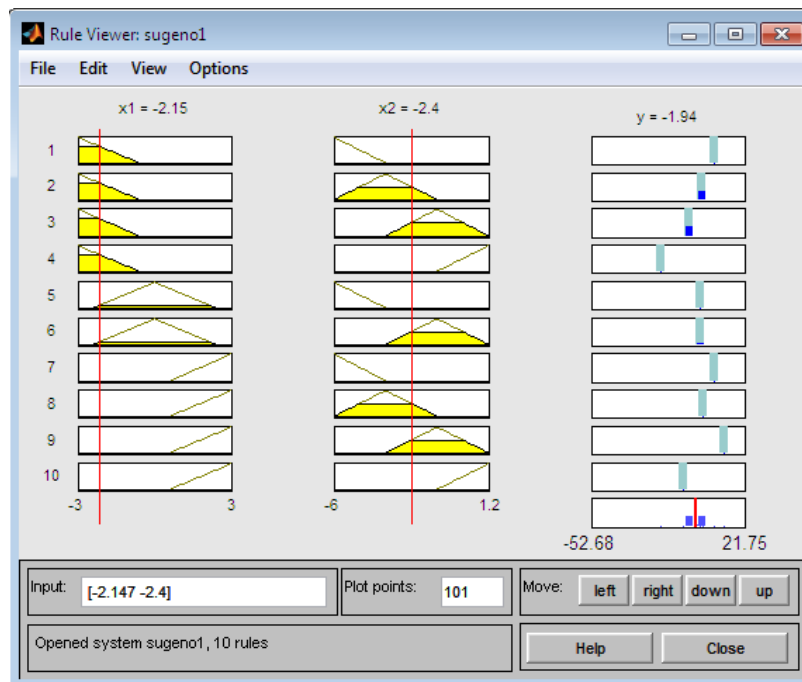


Рис.5.6. Візуалізація нечіткого логічного виводу для системи типу Сугено

На рис.5.7 приведена поверхня “входи-вихід”, яка відповідає синтезованій нечіткій системі. Для виведення цього вікна необхідно використати команду **View surface...** меню **View**.

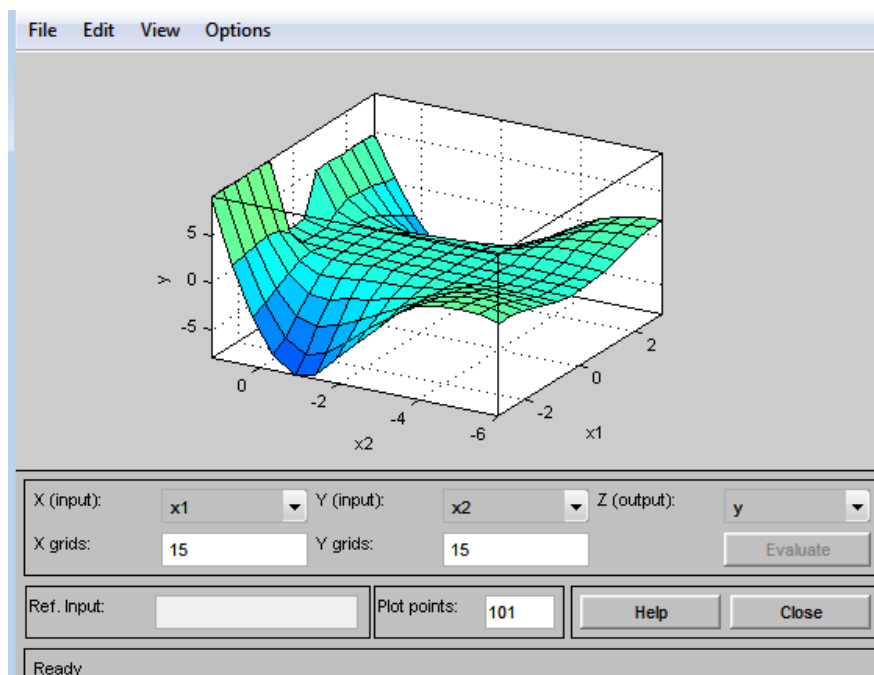


Рис.5.7. Поверхня “вхід-вихід” для системи алгоритму Сугено

3. Виконати проектування систем нечіткого виводу за алгоритмом Мамдані.

Кроки 1-7 проектування СНВ аналогічні вже розглянутим прикладам.

Крок 8. Задати діапазон зміни змінної **x1** (-3 3).

Крок 9. Задати функції належності змінної **x1**. Для лінгвістичної оцінки цієї змінної будемо використовувати 3 терми з трикутними функціями належності.

Крок 10. Задати *найменування термів* змінної **x1** (**L (Низький)**, **A (Середній)**, **H (Високий)**).

Крок 11. Задамо функції належності змінної **x2**. Для лінгвістичної оцінки цієї змінної будемо використовувати 4 терми з трикутними функціями належності. Задамо діапазон змін **x2** (-6 1.2).

Крок 12. За аналогією з кроком 10 задамо наступні найменування термів змінної **x2**: **L (Низький)**, **A (Середній)**, **HA (Вище середнього)**, **H (Високий)**.

Крок 13. Задамо функції належності змінної **y**. Для лінгвістичної оцінки цієї змінної будемо використовувати 3 терми з **дзвоноподібними** функціями належності. Задамо діапазон змін змінної **y** (**-10 10**) (рис.5.8).

Крок 14. За аналогією з кроком 10 задамо наступні найменування термів змінної **y**: **L (Низький)**, **A (середній)**, **H (Високий)**.

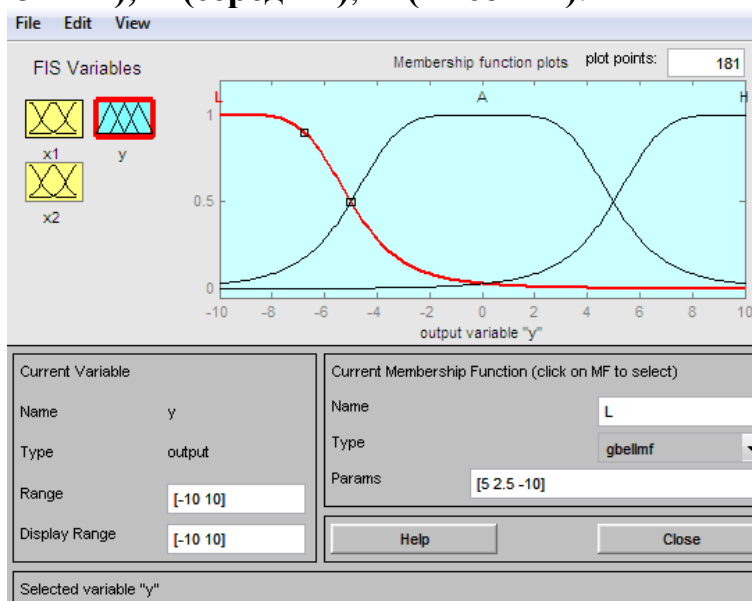


Рис.5.8. Функції належності змінної **y**.

Крок 15. Тепер необхідно *самостійно* сформувати базу правил. Будемо робити це на основі візуального спостереження за графіком функції, що заданий програмним чином (**завдання 1**). Заповнимо таблицю 5.4 значеннями змінної **y** (**L, A, H**) у відповідних клітинках.

Таблиця 5.4

База правил по зонах

X2\X1	L	A	H
L			
A			
HA			
H			

Крок 16. Перейдемо в редактор бази знань **RuleEditor**. Для введення правила необхідно обрати в меню відповідну комбінацію термів і натиснути кнопку **Add rule**. Збережемо побудовану систему (**Mamdani3**).

Крок 17. На рис.5.9 наведено вікно візуалізації результату нечіткого логічного виведення.

Крок 18. На рис.5.10 наведена поверхня “входи-вихід”, яка відповідає синтезованій системі логічного виводу. Для виводу цього вікна необхідно використати команду **View surface** меню **View**.

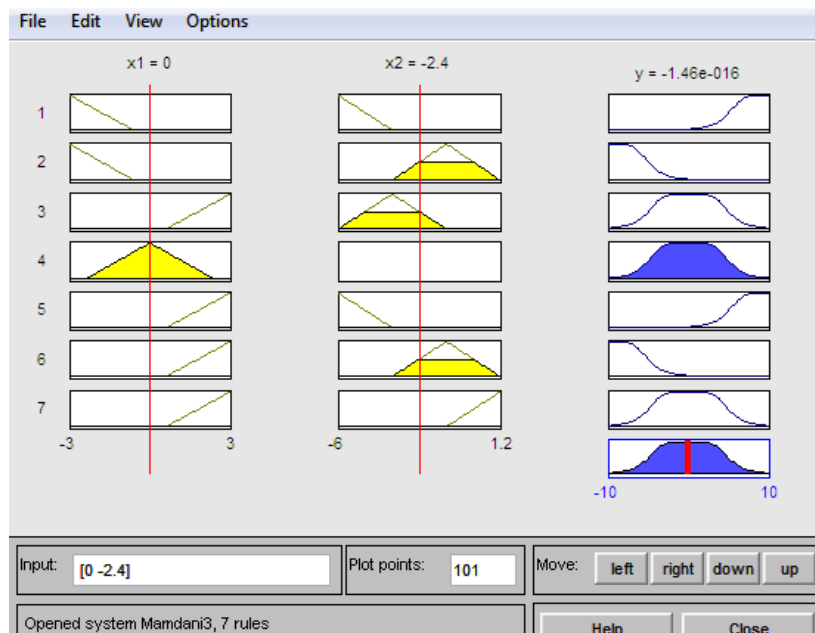


Рис.5.9. Візуалізація результату нечіткого логічного виведення Мамдані

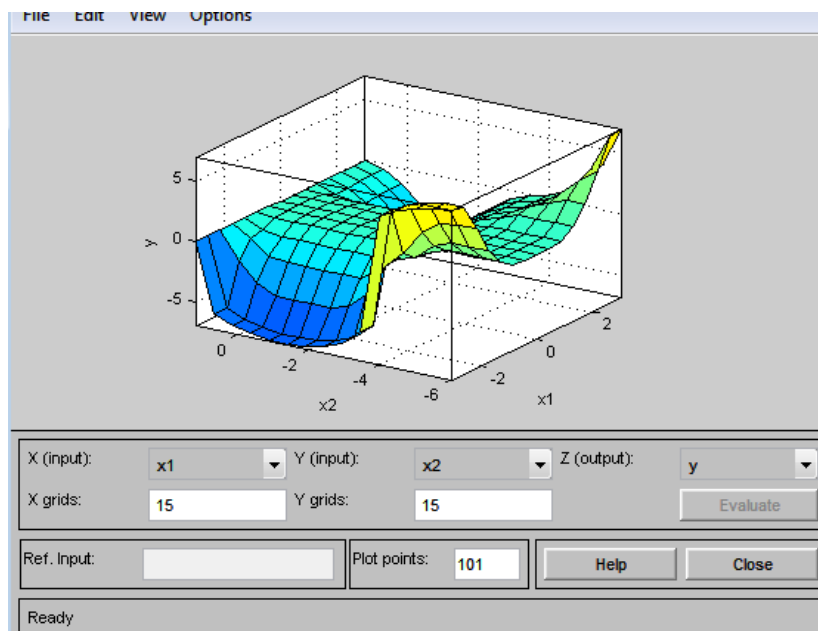


Рис.5.10. Поверхня системи «вхід-вихід».

4. Порівняти отримані результати.

Порівнюючи рис.5.1, рис.5.7 та рис.5.10, зробити висновки з використання систем Сугено та Мамдані.

Лабораторна робота №6. Використання системи нечіткого виводу для розв'язування задач прийняття рішень на основі алгоритму Мамдані

Теоретичні відомості

Розглянемо етапи побудови системи нечіткого виводу на основі прикладу побудови системи нечіткого керування процесом прийому на роботу у фірму нових співробітників. Нехай, у фірми є дві вакансії: програміст і системний адміністратор. Тому СНВ має дві вихідні лінгвістичні змінні y_1 , y_2 з множинами-носіями у вигляді відрізків $[0,1]$, які інтерпретується як ймовірність прийняття деякої особи на роботу відповідно на першу чи другу посаду. Вхідні змінні мають характеризувати особу, яка подала резюме про себе в фірми з метою влаштуватися на роботу. Наприклад, x_1 - досвід роботи в сфері комп'ютерних технологій, x_2 - освіта, x_3 - ділові якості спілкування.

Менеджер по кадрам даної фірми розробив такі прості правила прийому на роботу:

1. Якщо досвід роботи високий і професійна освіта висока, то ймовірність прийняття на посаду програміста висока
2. Якщо досвід роботи високий і ділові якості гарні, то ймовірність прийняття на посаду системного адміністратора висока
3. Якщо досвід роботи і освіта високі, а ділові якості гарні, то ймовірність прийняття на роботу даної особи висока на обидві посади
4. Якщо досвід роботи невеликий, але освіта та ділові якості високі, тоді можливо прийняти на роботу таку особу в якості системного адміністратора
5. Якщо особа не має освіти і досвіду роботи, тоді прийняття її на роботу малоймовірне на обидві посади
6. Якщо професійна освіта висока, але досвід роботи і ділові якості невеликі тоді можна прийняти цю особу на посаду програміста і малоймовірно її прийняти на посаду системного адміністратора
7. Якщо освіти у особи немає, тоді малоймовірно її прийняття на роботу
8. Якщо особа не має досвіду роботи і її ділові якості не високі, тоді малоймовірно її прийняття на роботу на обидві посади
9. Якщо освіта особи висока, досвід роботи невеликий, то можливо прийняття її на роботу на посаду програміста
10. Якщо особа не має освіти і ділових якостей, то прийняття її на роботу малоймовірне на обидві посади
11. Якщо особа не має освіти, досвід і її ділові якості невисокі, тоді малоймовірно її прийняття на роботу на обидві посади
12. Якщо ділові якості особи невеликі, освіта професійна і досвід роботи високі, тоді малоймовірно її прийняти на посаду системного адміністратора і можливо її прийняти на посаду програміста.

Для розробки системи слід виконати наступні кроки.

Крок 1. Визначити вхідні і вихідні змінні. Очевидно, що для СНВ у якості вхідних змінних потрібно взяти

- 1) досвід роботи x_1 з множиною-носієм від 0 до 30 років;
- 2) освіту особи x_2 з множиною-носієм, наприклад, $[0, 10]$;
- 3) ділові якості x_3 з множиною-носієм $[0, 1]$.

Далі слід задати терми цих змінних. Наприклад, для вхідної змінної досвіду роботи можуть бути задані наступні терми: «немає», «невеликий», «високий» (рис.6.1).

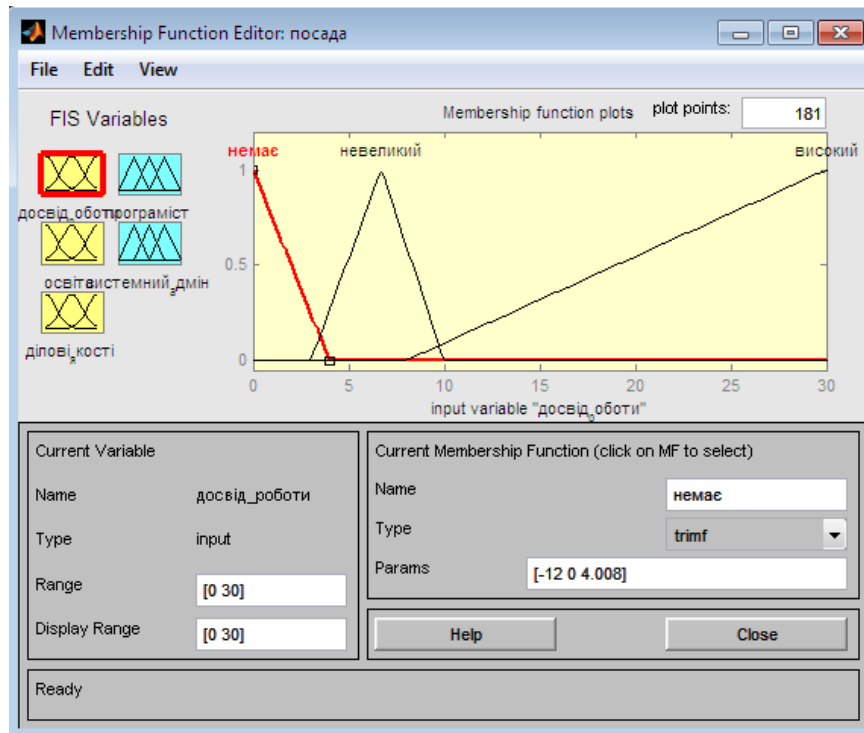


Рис.6.1. Приклад термів змінної x_1 - досвіду роботи

Крок 2. Фазифікація вхідних змінних. На цьому кроці слід задати функції належності для всіх термів вхідних змінних, а в якості області визначення – їх множини-носії (рис.6.2).

Крок 3. Задати функції належності термів вихідних змінних (ймовірність прийняття на посаду).

Крок 4. Ввести правила у базу правил.

Крок 5. Використання моделі. Для цього розглянути приклад роботи системи керування при різних значеннях вхідної змінної. Для цього слід відкрити вікно правил *View* → *Rules* і переглянути можливі значення вихідної змінної прийняття рішення про прийом на роботу в залежності від зміни значень вхідних змінних (рис.6.3).

Приклад поверхні відгуку функції подано на рис.6.4.

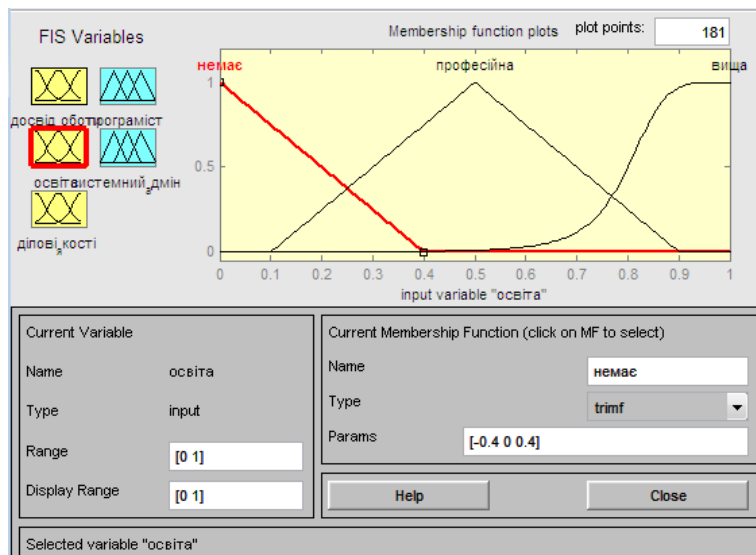


Рис.6.2. Приклад термів змінної x_2 - освіти

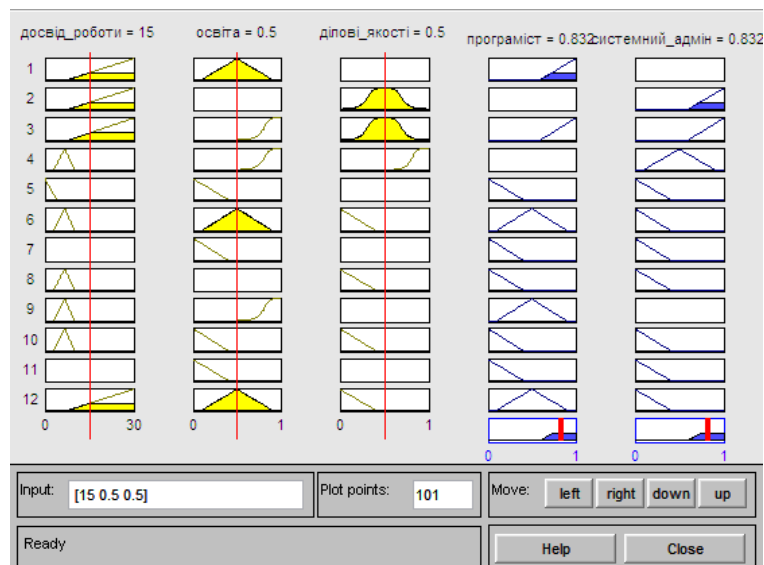


Рис.6.3. Вікно дії правил

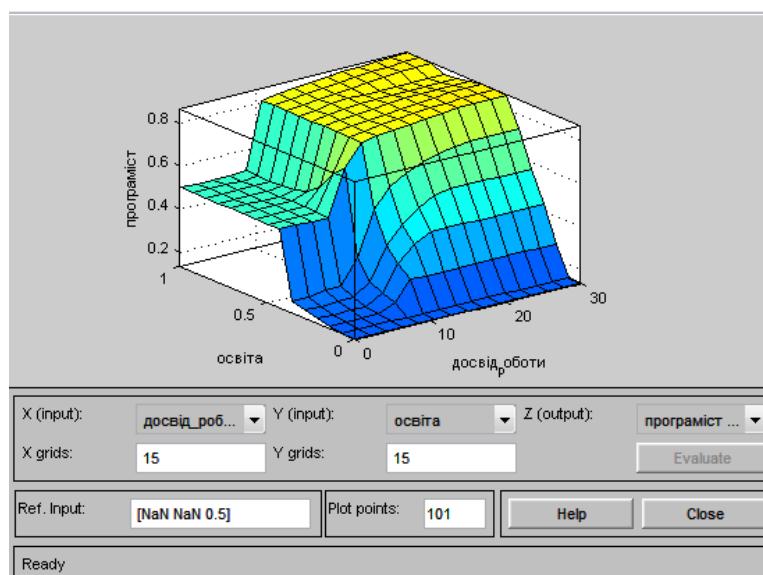


Рис. 6.4. Поверхня СНВ задачі прийняття на роботу особи.

Завдання для самостійного виконання

Задача про вибір роботи. Нехай, людина обирає місце роботи між трьох вакансій: менеджер, старший менеджер і керівник відділу. Тому СНВ матиме вихідну лінгвістичну змінну y_1 - **прийняте рішення** з наступними множинами-носіями:

[0-1] – не згоден

[1-2]- подумаю

[2-3] – згоден.

Вхідні змінні повинні характеризувати умови працевлаштування для особи, яка обирає місце роботи.

x_1 - **посада** з множинами-носіями:

[0-1] – менеджер

[1-2]- старший менеджер

[2-3] – керівник відділу.

x_2 - **заробітна плата** з множинами-носіями

[2000-4000] – низька

[4000-6000]- середня

[>6000] – висока.

x_3 - **відстань до місця роботи** з множинами-носіями.

[0-3] – близько

[3-8]- недалеко

[8-20] – далеко.

Людиною сформовані такі вимоги до місця роботи:

1. Якщо відстань до місця роботи «*близько*», заробітна плата «*середня*», посада «*менеджер*» - то рішення «*згоден*».

2. Якщо відстань до місця роботи «*близько*», заробітна плата «*низька*», посада «*менеджер*» - то рішення «*подумаю*».

3. Якщо відстань до місця роботи «*далеко*», заробітна плата «*середня*» - то рішення «*не згоден*» (незалежно від посади).

4. ...

Завдання для виконання

1. Самостійно розробити базу правил з точки зору людини, що обирає місце роботи (має містити не менше, ніж 12 правил).

2. Побудувати систему нечіткого керування вибору людиною місця роботи при працевлаштуванні.

3. Продемонструвати роботу системи прийняття рішень на прикладах, вводючи різні значення вхідних змінних.

Лабораторна робота № 7. Прогнозування за допомогою нечіткого моделювання

Теоретичні відомості

Гібридна мережа являє собою багатошарову нейронну мережу спеціальної структури без зворотних зв'язків, у якій використовуються звичайні (не нечіткі) сигнали, ваги і функції активації, а виконання операції підсумовування (7.1) засновано на використанні фіксованої Т-норми, Т-конорми чи деякої іншої неперервної операції. При цьому значення входів, виходів і ваг гібридної нейронної мережі являють собою дійсні числа з відрізка $[0, 1]$.

У пакеті FuzzyLogicToolbox системи MATLAB гібридні мережі реалізовані у формі адаптивних систем нейро-нечіткого виводу ANFIS. При цьому розробка і дослідження гібридних мереж виявляється можливою у:

- інтерактивному режимі за допомогою спеціального графічного редактора адаптивних мереж, що одержав назву редактора ANFIS;
- режимі командного рядка за допомогою введення імен відповідних функцій з необхідними аргументами безпосередньо у вікно команд системи MATLAB. Для роботи в режимі командного рядка призначені спеціальні функції.

Редактор ANFIS дозволяє створювати чи завантажувати конкретну модель адаптивної системи нейро-нечіткого виводу, виконувати її навчання, візуалізувати її структуру, змінювати і налагоджувати її параметри, а також використовувати налагоджену мережу для одержання результатів нечіткого виводу.

Графічний інтерфейс редактора ANFIS викликається функцією **anfisedit** з командного рядка середовища Matlab.

Приклад розв'язування задачі нейро-нечіткого виводу

Для ілюстрації процесу розробки гібридної мережі в системі MATLAB розглянемо задачу прогнозування курсу акцій DorchesterMinerals LP.

Дані для розрахунку

1	11	16	13,75	31	12,85	46	13,96
2	10,96	17	13,72	32	13,1	47	14,1
3	11,3	18	13,9	33	12,89	48	14,43
4	11,24	19	14,06	34	12,6	49	14,43
5	11,17	20	14,15	35	12,38	50	14,1
6	11,67	21	14,21	36	12,42	51	14,18
7	12,75	22	13,09	37	12,28	52	14,32
8	13,07	23	12,21	38	12,43	53	14,25
9	12,85	24	12,44	39	12,79		
10	13,01	25	12,61	40	13,26		
11	13,1	26	13,25	41	12,8		
12	13,05	27	13,19	42	12,99		
13	13,25	28	12,8	43	12,87		
14	13,85	29	13,2	44	13,3		
15	13,85	30	13,19	45	13,5		

Сформувати із даного часового ряду авторегресійну функцію 3-го порядку, де залежною змінною буде значення вартості акції на 4-й та подальші дні, а незалежними змінними відповідно будуть значення вартості акції на попередній (i-1) день, (i-2) та (i-3) дні.

Суть даного завдання полягає в тому, аби, знаючи динаміку зміни курсової вартості продажу акцій за фіксований інтервал часу, передбачити значення її курсової вартості на певний момент часу в майбутньому.

Традиційно для вирішення даного завдання застосовуються різні моделі технічного аналізу, засновані на використанні різних індикаторів. В той же час наявність неявних тенденцій в динаміці зміни курсової вартості акцій дозволяє застосувати модель адаптивних нейро-нечетких мереж.

Загальна послідовність процесу розробки моделі гібридної мережі може бути представлена в наступному вигляді.

Крок 1. Для початку за допомогою редактора відладчика m-файлів або будь-якого текстового редактору підготуємо **навчальні** дані, що містять 40 рядки з чотирьох значень – три вхідних і одне вихідне значення.

Числа в рядку розділяються клавішею «**Space**», а перехід на наступний рядок відбувається натисненням клавіші «**Enter**». Слід зберегти цей файл у папці work каталогу Matlab, наприклад, з назвою **trainak.txt** та **trainak.dat**.

Початкові дані, що завантажуються, можуть бути одного з наступних типів:

- навчальні дані (**Training**) - обов'язкові дані, що використовуються для побудови гібридної мережі;

- тестові дані (**Testing**) - необов'язкові дані, що використовуються для тестування побудованої гібридної мережі з метою перевірки якості функціонування побудованої гібридної мережі;

- перевірочні дані (**Checking**) - необов'язкові дані, що використовуються для перевірки побудованої гібридної мережі з метою з'ясування факту перенавчання мережі;

- демонстраційні дані (**Demo**) - дозволяють завантажити один з демонстраційних прикладів гібридної мережі.

Тому, створимо ще і файл контрольних даних, що містить 10 останніх значень, **testak.txt** та **testak.dat**.

Крок 2. Головне меню редактора ANFIS (активується шляхом запуску з вікна Matlab команди `anfisedit`) достатньо просте і призначене для роботи з попередньо створеною системою нечіткого виводу. Основну частину графічного інтерфейсу займає вікно візуалізації даних, що розташоване нижче головного меню (рис. 1).

Для створення гібридної мережі необхідно завантажити дані. Для цієї мети слід скористатися кнопкою **LoadData** в лівій нижній частині графічного вікна. Завантажимо файл `trainak.dat` з зовнішнього файлу (disk).

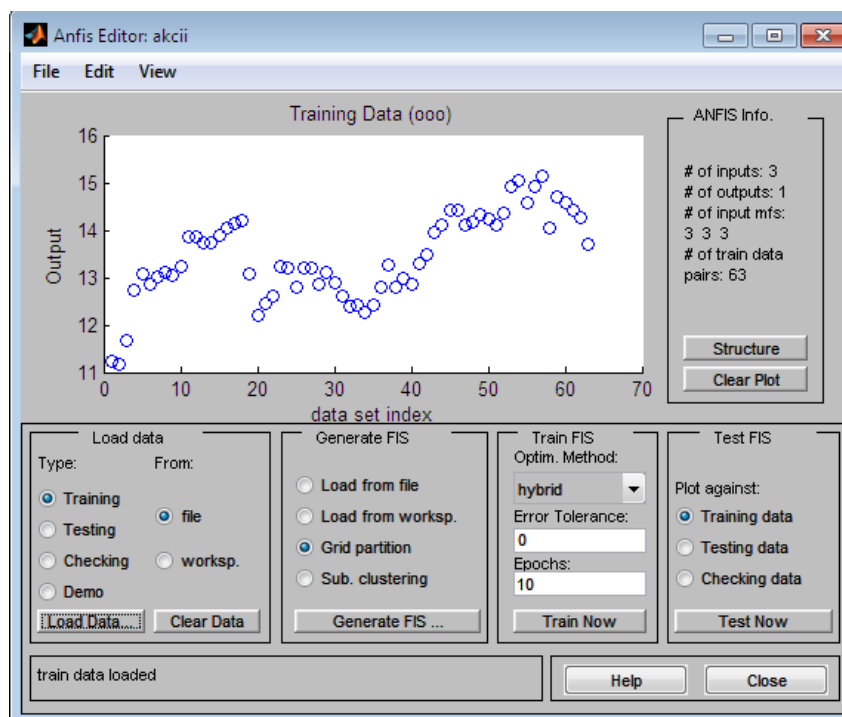


Рис. 7.1. Графічний інтерфейс редактора ANFIS після завантаження файлу `trainak.dat` з навчальними даними

Завантажимо ще і тестові дані для перевірки. Для цього в лівому нижньому кутку екрану оберемо тип **testing**, натиснемо кнопку **LoadData** і завантажимо файл **testak.dat**.

Крок 3. Приступити до генерації структури системи нечіткого виводу FIS. Ця структура аналогічна структурі системи нечіткого виводу типу Сугено. Тобто, має в своєму складі лінгвістичні вхідні змінні; вихідну змінну, терми якої представляються у вигляді числових констант або лінійних функцій від вхідних змінних; систему правил виводу.

Крім того, можна завантажити структуру уже створеної FIS з диска (**Loadfromdisk**), або з робочої області (**Loadfromworksp**). При створенні структури нової FIS можна незалежно розбити усі вхідні змінні на області їх значень (**Gridpartition**) чи скористатися процедурою субтрактивної кластеризації для попередньої розбивки значень вхідних змінних на кластери близьких значень (**Sub. clustering**).

Після натискання кнопки **Generate FIS** викликається діалогове вікно з вказівкою числа і типу функцій належності для окремих термів вхідних змінних і вихідної змінної (рис.7.2). В цьому вікні можна вибрати тип функцій належності і кількість термів кожної вхідної змінної, а також тип вихідної змінної. Установивши параметри генерації, наприклад, як на рис.7.2, одержимо структуру FIS.

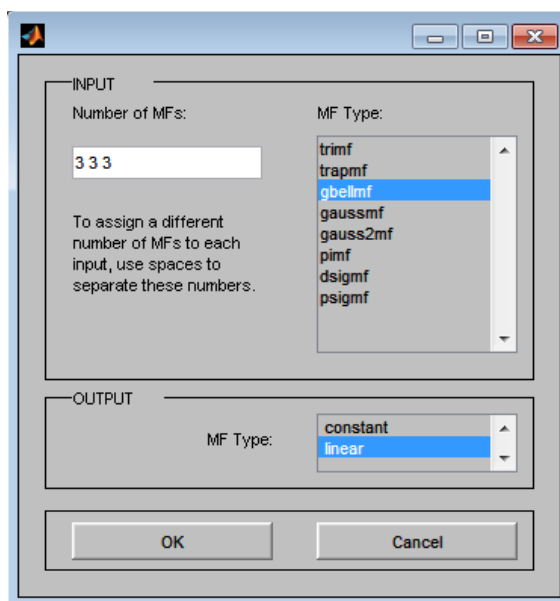


Рис.7.2. Діалогове вікно для завдання кількості і типу функцій належності

Після генерації структури гібридної мережі можна її подивитись, натиснувши кнопку **Structure** в правій частині графічного вікна. Структура отриманої в результаті системи нечіткого виводу FIS відображається в окремому вікні і досить тривіальна по своєму виду. Проаналізуйте її зміст.

Крок 4. Перед навчанням гібридної мережі необхідно задати параметри навчання, для чого варто скористатися наступною групою опцій у правій нижній частині робочого вікна:

1) Вибрати метод навчання гібридної мережі — зворотного розповсюдження (**bacpropo**) чи гібридний (**hybrid**), що представляє собою комбінацію методу найменших квадратів і методу спадання зворотного градієнта.

2) Установити рівень помилки навчання (**ErrorTolerance**) — за замовчуванням значення 0 (змінювати не рекомендується).

3) Задати кількість циклів навчання (Epochs) — за замовчуванням значення 3 (рекомендується збільшити і для розглянутого приклада задати його значення рівним 10).

4) Для навчання мережі варто натиснути кнопку **TrainNow**. При цьому хід процесу навчання ілюструється у вікні візуалізації у формі графіка — залежність помилки від кількості циклів навчання.

5) Аналогічно можуть бути виконані додаткові етапи тестування й перевірки гібридної мережі, для яких необхідно попередньо завантажити відповідні дані.

Крок 5. Подальше настроювання параметрів побудованої і навченої гібридної мережі може бути виконане за допомогою розглянутих раніше стандартних графічних засобів пакета FuzzyLogicToolbox. Для цього рекомендується зберегти створену систему нечіткого виводу в зовнішньому файлі з розширенням **fis**, після чого варто завантажити цей файл у редактор систем нечіткого виводу FIS. Можна працювати зі структурою системи нечіткого виводу безпосередньо в редакторі ANFIS.

При цьому також стають доступними редактор функцій належності системи нечіткого виводу (MembershipFunctionEditor), редактор правил системи нечіткого виводу (RuleEditor), програма перегляду правил системи нечіткого виводу (RuleViewer) і програма перегляду поверхні системи нечіткого виводу (SurfaceViewer).

При відкритті файлу розширенням **fis** необхідно надати всім змінним завершеного вигляду, а саме: надати їм відповідні назви (x1, x2, x3, y). **Все решта вже зроблено автоматично!**

Крок 6. Виконати аналіз точності побудованої нечіткої моделі гібридної мережі можна за допомогою перегляду поверхні відповідної системи нечіткого виводу. Для цього слід записати побудовану мережу у вигляді файлу з розширенням *.fis і завантажити його в системі нечіткого виводу fuzzyToolbox (рис.7.3).

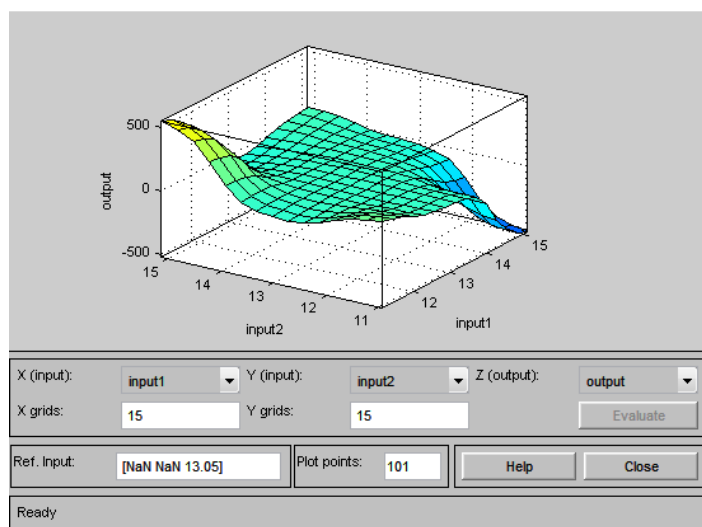


Рис. 7.3. Графічний інтерфейс перегляду поверхні згенерованої СНВ

Аналіз адекватності побудованої моделі можна виконати за допомогою перегляду правил відповідної системи нечіткого виводу (рис.7.4).

Перевірка побудованої моделі гібридної мережі може бути виконана для декількох значень вихідної змінної. З цією метою необхідно ввести конкретне значення в поле вводу **Input** (наприклад, значення 14.43 14.1 13.96), після натискання клавіші <Enter> за допомогою побудованої моделі буде отримане відповідне значення вихідної змінної. Подібним чином отримайте значення вихідної змінної для всіх наборів даних з файлу тестових даних.

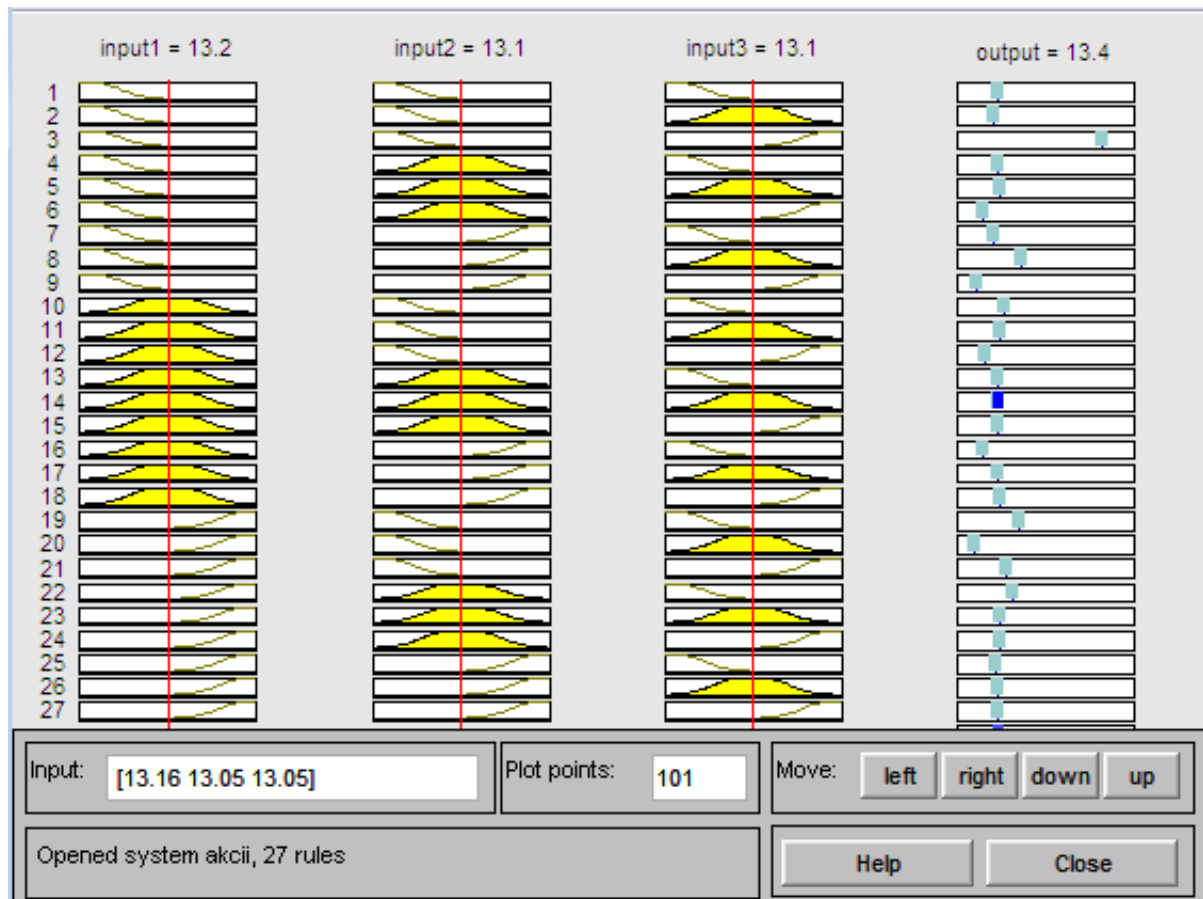


Рис. 7.4. Графічний інтерфейс перегляду правил згенерованої СНВ

Завдання для виконання

1. В середовищі Excel створити таблицю із заданими даними.
2. Побудувати дані для авторегресійної моделі 3-го порядку: три стовпці даних вхідних змінних ($x_{i-1}, x_{i-2}, x_{i-3}$) і один стовпець вихідної змінної (x_i).
3. Розділити їх на навчальну вибірку (40 значень) та контрольну вибірку (10 значень).
4. На основі даних навчальної вибірки згенерувати систему нечіткого виведення згідно варіанту (параметри вихідної змінної задати *linear*).

№	Терми x_1	Терми x_2	Терми x_3	Функція належності
1	3	4	4	Дзвоноподібна
2	4	3	3	Трапецієвидна
3	3	4	3	Трикутна
4	3	4	4	Гаусова
5	4	3	4	Дзвоноподібна
6	3	3	4	Трикутна
7	4	3	4	Гаусова
8	4	4	3	Трапецієвидна
9	3	3	3	Дзвоноподібна

5. Розрахувати значення вихідної змінної для контрольної вибірки (10 значень).

6. Розрахувати середню відносну похибку для контрольної вибірки.

7. Повторити пп.4-6 з параметром вихідної змінної – *const*.

8. Порівняти точність обох згенерованих систем за критерієм мінімальної середньої відносної похибки.

Лабораторна робота №8. Розподіл зон впливу торговельних підприємств

Теоретичні відомості

Вирішальним чинником споживчої переваги магазину для покупця часто вважається легкість подолання шляху до місця купівлі. Але, поряд із цим чинником на прийняття споживчого рішення впливатимуть такі фактори як ціна та спектр вибору товару, репутація фірми та рівень обслуговування тощо.

Модель будується згідно з такими припущеннями:

- 1) довільна схема розселення населення;
- 2) розміщення m конкуруючих фірм (магазинів) F_1, F_2, \dots, F_m в заданих точках;
- 3) продукція однакової якості;
- 4) кожна фірма характеризується p ознаками;
- 5) ступені важливості ознак оцінюються покупцями;
- 6) одна фірма переважає іншу, якщо її ознаки за своїм ступенем важливості більш близькі до оцінки споживача.

Введемо позначення: $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ – множина покупців;
 $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_p\}$ – множина ознак фірм і $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_m\}$ – множина фірм.

Нехай $\xi_R : X \times Y \rightarrow [0, 1]$ – функція належності нечіткого бінарного відношення R . Для всіх $x \in X$ і $y \in Y$ функція $\xi_R(x, y)$ – міра важливості ознаки y за оцінкою покупця x при визначенні ним переваги фірми.

Відношення R буде представлене матрицею:

$$R = \begin{matrix} & \begin{matrix} y_1 & y_2 & \dots & y_p \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{matrix} & \begin{pmatrix} \xi_R(x_1, y_1) & \xi_R(x_1, y_2) & \dots & \xi_R(x_1, y_p) \\ \xi_R(x_2, y_1) & \xi_R(x_2, y_2) & \dots & \xi_R(x_2, y_p) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \xi_R(x_n, y_1) & \xi_R(x_n, y_2) & \dots & \xi_R(x_n, y_p) \end{pmatrix} \end{matrix}. \quad (8.1)$$

У матриці R чим вищі значення елемента, тим важливішою є ознака.

Нехай $\Psi_S : Y \times Z \rightarrow [0, 1]$ – функція належності нечіткого бінарного відношення S . Для всіх $y \in Y$ та всіх $z \in Z$ функція $\Psi_S(y, z)$ – міра належності фірми z за ознакою y .

У матричній формі це відношення має такий вигляд:

$$S = \begin{matrix} & \begin{matrix} z_1 & z_2 & \dots & z_m \end{matrix} \\ \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_p \end{matrix} & \begin{pmatrix} \Psi_S(y_1, z_1) & \Psi_S(y_1, z_2) & \dots & \Psi_S(y_1, z_m) \\ \Psi_S(y_2, z_1) & \Psi_S(y_2, z_2) & \dots & \Psi_S(y_2, z_m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Psi_S(y_p, z_1) & \Psi_S(y_p, z_2) & \dots & \Psi_S(y_p, z_m) \end{pmatrix} \end{matrix}. \quad (8.2)$$

З матриць R і S отримаємо матрицю

$$T = \begin{matrix} & \begin{matrix} z_1 & z_2 & \dots & z_m \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{matrix} & \begin{pmatrix} \mu(x_1, z_1) & \mu(x_1, z_2) & \dots & \mu(x_1, z_m) \\ \mu(x_2, z_1) & \mu(x_2, z_2) & \dots & \mu(x_2, z_m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Psi_S(x_n, z_1) & \mu(x_n, z_2) & \dots & \mu(x_n, z_m) \end{pmatrix} \end{matrix}, \quad (8.3)$$

Кожен елемент якої визначається функцією належності

$$\mu(x, z) = \frac{\sum_y \xi_R(x, y) \Psi_S(y, z)}{\sum_y \xi_R(x, y)} \quad \forall x \in X, y \in Y, z \in Z. \quad (8.4)$$

Знаменник формули (8.4) показує число найважливіших ознак y , які споживач x використовує для оцінки фірми, а вираз $\mu(x, y)$ – це зважений ступінь переваги фірми z покупцем x .

Далі будуємо матрицю W :

$$W = \begin{pmatrix} \mu(x_1, z_1) \wedge \mu(x_1, z_2) & \dots & \mu(x_1, z_{m-1}) \wedge \mu(x_1, z_m) & \mu(x_1, z_m) \wedge \mu(x_1, z_1) \\ \mu(x_2, z_1) \wedge \mu(x_2, z_2) & \dots & \mu(x_2, z_{m-1}) \wedge \mu(x_2, z_m) & \mu(x_2, z_m) \wedge \mu(x_2, z_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mu(x_n, z_1) \wedge \mu(x_n, z_2) & \dots & \mu(x_n, z_{m-1}) \wedge \mu(x_n, z_m) & \mu(x_n, z_m) \wedge \mu(x_n, z_1) \end{pmatrix}, \quad (8.5)$$

де кон'юнкція « \wedge » означає операцію попарного мінімуму.

На цьому етапі обчислень враховується конкуренція між фірмами. Поріг поділу l оцінок покупців обмежується умовою

$$l < \min_{i,j} \max_x \min(\mu(x, z_i), \mu(x, z_j)). \quad (8.6)$$

Поріг поділу l слугує для визначення перекриття торговельних зон (асортиментів) фірм.

Якщо поріг l вибрано, то рівнева множина (яка описує торговельну зону M_i , де $i = \overline{1, m}$) визначається так:

$$M_i = \{x \mid \mu(x, z_i)\} \geq \min_{i,j} \max_x \min(\mu(x, z_i), \mu(x, z_j)) \quad (8.7)$$

для всіх $x \in M_i$.

Зони переваг, сформовані за співвідношенням (8.7) дозволяють конкуруючим фірмам зробити висновки щодо покращення своєї діяльності:

- оптимізувати асортимент;
- змінити асортиментну концепцію через зміну торговельної зони;
- оптимізувати зону обслуговування шляхом вилучення з асортименту тих товарів, ознаки яких не задовольняють покупців, або включення тих товарів, ознаки яких їх влаштовують.

Аналогічні підходи розроблені для аналізу інших ситуацій, де потрібно прийняти рішення про розміщення фірм та розподіл торговельних зон. Як бачимо, теорія нечітких множин реалізує загальний підхід аналізу просторових чинників поведінки людини у складних і неточно визначених умовах.

Приклад 8.1. Нехай

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_{12}\}$ – множина споживачів;

$Z = \{z_1, z_2, z_3, z_4\}$ – множина фірм;

$Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ – множина ознак, якими оцінюють фірму:

y_1 – доступність,

y_2 – якість,

y_3 – рівень обслуговування,

y_4 – ціна.

Кожна з цих ознак характеризується нечіткою підмножиною.

Міра важливості ознаки y за оцінкою покупця x при визначенні ним переваги фірми задано матрицею:

$$R = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0,8 & 0,4 & 0,5 & 0,9 \\ 0,7 & 0,3 & 0,4 & 0,8 \\ 0,5 & 0,8 & 0,8 & 0,2 \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 \\ 0,6 & 0,7 & 0,8 & 0,5 \\ 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

У цій матриці елементи кожного рядка – це відносні ступені важливості ознак при прийнятті покупцем рішення про поїздку. Чим вище значення, тим важливіша ознака. Наприклад, для покупців x_1, x_2, x_3, x_4 ознаки з найбільшими значеннями не тільки важливі як такі, але це єдині ознаки, які враховуються ними при прийнятті рішення про поїздку. З іншого боку, покупець x_8 встановив найвищі пріоритети для ознак y_2, y_3 , тоді як для покупця x_5 важливі всі ознаки.

Нехай матриця S має вигляд:

$$S = \begin{matrix} & z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \\ \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 & 0,5 & 0,7 \\ 0,5 & 0,9 & 0,6 & 0,6 \\ 0,4 & 0,9 & 0,5 & 0,4 \\ 0,8 & 0,1 & 0,5 & 0,6 \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

Наприклад, z_1 характеризує фірму, до якої легко дістатися; z_2 – фірма з дуже високою якістю продукції та обслуговування, але важкодоступна і має високі ціни; z_3 та z_4 схожі між собою по якості обслуговування, але незначним чином відрізняються за іншими ознаками.

Для одержання матриці T виконаємо операцію (8.4). Для цього потрібно скористатися функцією МУМНОЖ, аргументами якої будуть масиви R та S , отриманий результат потрібно поділити на стовпець, що містить суми $\xi_R(x, y)$ по рядкам матриці R .

$$T = \begin{matrix} & \begin{matrix} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 & 0,5 & 0,7 \\ 0,5 & 0,9 & 0,6 & 0,6 \\ 0,4 & 0,9 & 0,5 & 0,4 \\ 0,8 & 0,1 & 0,5 & 0,6 \\ 0,65 & 0,5 & 0,525 & 0,575 \\ 0,708 & 0,377 & 0,515 & 0,592 \\ 0,718 & 0,355 & 0,514 & 0,595 \\ 0,578 & 0,657 & 0,535 & 0,552 \\ 0,65 & 0,5 & 0,525 & 0,575 \\ 0,619 & 0,562 & 0,527 & 0,562 \\ 0,65 & 0,5 & 0,525 & 0,575 \\ 0,6 & 0,5 & 0,5 & 0,5 \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

Для одержання матриці W застосуємо попарну операцію кон'юнкції (8.5) (функція МИН()):

$$W = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,5 & 0,7 \\ 0,5 & 0,6 & 0,6 & 0,5 \\ 0,4 & 0,5 & 0,4 & 0,4 \\ 0,1 & 0,1 & 0,5 & 0,6 \\ 0,5 & 0,5 & 0,525 & 0,575 \\ 0,377 & 0,377 & 0,515 & 0,592 \\ 0,355 & 0,355 & 0,514 & 0,595 \\ 0,578 & 0,535 & 0,535 & 0,552 \\ 0,5 & 0,5 & 0,525 & 0,575 \\ 0,562 & 0,527 & 0,527 & 0,562 \\ 0,5 & 0,525 & 0,525 & 0,575 \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}.$$

Далі по кожному стовпцю обираємо максимальне значення, та з отриманих значень обираємо мінімальне.

На основі інформації, що міститься в цій матриці, із (8.6) отримаємо поріг поділу оцінок покупців:

$$l < \min(0,578; 0,6; 0,6; 0,7) = 0,578.$$

Прийmemo $l = 0,575$.

Для визначення рівневої множини використовуємо для матриці T співвідношення:

$$M_i = \{x \mid \mu(x, z_i)\} \geq \min_{i,j} \max_x \min(\mu(x, z_i), \mu(x, z_j))$$

для всіх $x \in M_i$.

Таким чином, одержимо рівневу множину (торговельні зони):

$$M_1 = \{x_1, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}\},$$

$$M_2 = \{x_2, x_3, x_8\},$$

$$M_3 = \{x_2\},$$

$$M_4 = \{x_1, x_2, x_4, x_5, x_6, x_7, x_9, x_{11}\}.$$

Через особливість фірми z_2 їй віддає перевагу невелике число покупців, які надають великого значення «якості» та «обслуговуванню». Дуже низька цінність фірми z_3 . Усіма ознаками вона обмежує розмір своєї торговельної зони. Хоча фірми z_1 і z_2 майже подібні за своїми торговельними зонами, високий ступінь цінності фірми z_1 з ознаками «доступність» та «низька ціна» надає їй першість. Перекриття торговельних зон виникає тоді, коли дві фірми подібні або еквівалентні за своєю пропозицією для покупців.

Завдання для виконання

Нехай $X = \{x_1, x_2, \dots, x_i\}$ – множина споживачів;

$Z = \{z_1, z_2, \dots, z_j\}$ – множина фірм;

$Y = \{y_1, y_2, \dots, y_k\}$ – множина ознак, якими оцінюють фірму:

Варіант 1,2,3

$i = 10$ - кількість споживачів

$j = 5$ - кількість фірм

$k = 3$ - кількість ознак

y_1 – віддаленість від місця проживання,

y_2 – зручність розташування товарів,

y_3 – рівень ціни.

$$R = \begin{matrix} & \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & y_3 \end{pmatrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0,8 & 0,4 & 0,9 \\ 0,7 & 0,8 & 0,4 \\ 0,5 & 0,2 & 0,8 \\ 1 & 0 & 0,5 \\ 0,6 & 0,5 & 0,8 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$S = \begin{matrix} & \begin{matrix} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & z_5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & 0,5 & 0,7 & 0,2 \\ 0,5 & 0,9 & 0,7 & 0,6 & 0,1 \\ 0,4 & 0,9 & 0,5 & 0,4 & 0,7 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Варіант 4,5,6 $i = 12$ - кількість споживачів $j = 3$ - кількість фірм $k = 4$ - кількість ознак

$$R = \begin{matrix} & \begin{matrix} y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0,8 & 0,4 & 0,5 & 0,9 \\ 0,7 & 0,3 & 0,4 & 0,8 \\ 0,5 & 0,8 & 0,8 & 0,2 \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 \\ 0,6 & 0,7 & 0,8 & 0,5 \\ 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

 y_1 – віддаленість від місця проживання, y_2 – зручність розташування товарів, y_3 – рівень ціни, y_4 – достатня кількість кас.

$$S = \begin{matrix} & \begin{matrix} z_1 & z_2 & z_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & 0,5 \\ 0,5 & 0,9 & 0,7 \\ 0,4 & 0,9 & 0,5 \\ 0,6 & 0,4 & 0,8 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Варіант 7,8,9 $i = 10$ - кількість споживачів $j = 5$ - кількість фірм $k = 3$ - кількість ознак

$$R = \begin{matrix} & \begin{matrix} y_1 & y_2 & y_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0,8 & 0,4 & 0,2 \\ 0,7 & 0,5 & 0,4 \\ 0,9 & 0,2 & 0,8 \\ 1 & 0 & 0,5 \\ 0,6 & 0,5 & 0,8 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

 y_1 – віддаленість від місця проживання, y_2 – зручність розташування товарів, y_3 – рівень ціни.

$$S = \begin{matrix} & \begin{matrix} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & z_5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & 0,5 & 0,7 & 0,2 \\ 0,5 & 0,9 & 0,1 & 0,6 & 0,1 \\ 0,8 & 0,4 & 0,5 & 0,7 & 0,9 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Рекомендована література

1. Акіменко В. В., Загородній Ю. В. Проектування СППР на основі нечіткої логіки : навчально-методичний посібник. Київ : Вид-во КНУ, 2007. 94 с.
2. Леоненков А. В. Нечёткое моделирование в среде MATLAB. Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2003. 736 с.
3. Матвійчук А. В. Штучний інтелект в економіці: нейронні мережі, нечітка логіка : монографія. Київ : КНЕУ, 2011. 439 с.
4. Субботін С. О. Нейронні мережі: теорія та практика : навч. посіб. Житомир: Вид. О. О. Євенок, 2020. 184 с.
5. Сявавко Мар'ян. Математика прихованих можливостей : навчальний посібник. Острог : Видавництво НУ "Острозька академія", 2011. 396 с.
6. Ротштейн А. П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети. Винница : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 1999. 320 с.
7. Штовба С. Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. Москва : Горячая линия-Телеком, 2007. 288 с.